

Modelización Geoestadística para la predicción de actividad de ^{137}Cs en suelo

Índice General

Introducción y objetivos.....	1
I. Antecedentes.....	5
I.1 Origen de la radioactividad en el medio ambiente.....	7
I.1.1. Radiactividad Natural.....	7
I.1.2 Radiactividad Artificial.....	10
I.2 Cesio.....	17
I.2.1 Características generales del ^{137}Cs y evolución en la biosfera.....	17
I.2.2 Comportamiento físico-químico del ^{137}Cs en suelo.....	18
I.2.3 Movimiento y distribución del cesio en el suelo.....	22
II. Metodología.....	25
II.1. Descripción general del proyecto.....	27
II.1.1 Descripción de la zona de estudio.....	27
II.1.2. Sistema de muestreo.....	31
II.1.3. Determinación de la actividad de Cs-137 por espectrometría gamma.....	33
II.1.4 Resultados de actividad de Cs137.....	33
II.2. Sistema de Información Geográfico (SIG/GIS).....	35
II.2.1 Descripción.....	35
II.2.2 Inclusión de datos en el SIG.....	38
II.3. Métodos de Interpolación Espacial.....	43
II.3.1. Modelos geoestadísticos.....	44
II.3.1.1 <i>Función estrictamente estacionaria, estacionaria de segundo orden e intrínsecamente estacionaria</i>	45
II.3.1.2 <i>Variabilidad espacial</i>	45
II.3.1.3 <i>Semivariograma</i>	47
II.3.1.4 <i>Validación cruzada</i>	49
II.3.1.5 <i>Ecuaciones kriging</i>	49
III. Resultados.....	55
III.1. Modelos analizados con ArcGis.....	57
III.1.1 Modelo realizado con datos de precipitación.....	57
III.1.2 Modelos realizados con datos de Actividad de ^{137}Cs . Kriging.....	59
III.1.2.1 Kriging simple con los parámetros establecidos por defecto (K_simple_Gis).....	59
III.1.2.2 Kriging simple con modificación de los parámetros del semivariograma (Ks_varSGeMS).....	62
III.1.2.3 Kriging ordinario con los parámetros establecidos por defecto (OK).....	63
III.1.2.4. Kriging ordinario con transformación logarítmica (OK_log).....	65
III.1.2.5. Kriging Universal.....	67
III.1.3 Modelos realizados con datos de Actividad de Cs-137 y de precipitación. Cokriging.....	68
III.1.3.1 Cokriging simple (Cks_Gis).....	71
III.1.3.2 Cokriging simple con modificación del número de retardos y rango (Cks_Gis_mod_r).....	72
III.1.3.3 Cokriging ordinario (Ock).....	74
III.1.4 Evaluación de los modelos geoestadísticos.....	75
III.1.5 Validación.....	76
III.2 Modelos analizados con R.....	81
III.2.1 Modelos realizados con datos de Actividad de Cs-137.....	85
III.2.1.1 Modelo con media constante: KO, KS.....	85

III.2.1.2	Modelo con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales: KU1st.	86
III.2.1.3	Modelo con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales: KU2nd.	87
III.2.2	Modelos realizados con datos de Actividad de Cs-137 y de precipitación.	88
III.2.2.1	Modelo con media constante e influencia de datos de precipitación: cKO, cKS.	88
III.2.2.2	Modelo con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación: cKU1st+prec.	89
III.2.2.3	Modelo con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación: cKU2nd+prec.	90
IV.	Conclusiones.	93
V.	Bibliografía	1
VI.	Anexos	7

Figuras

01.- Esquema del transporte atmosférico.....	14
02.- Atlas de deposición de Cs en Europa como consecuencia de las pruebas nucleares y del accidente de Chernobyl	15
03.- Esquema de desintegración del Cs-137	17
04.- Esquema de evolución del radionucleido.....	18
05.- Distribución de los puntos de muestreo elegidos sobre mapa de suelos	30
06.- Sonda utilizada en el momento de extracción de la muestra.....	31
07.- Diseño de la extracción en cada punto de muestreo	31
08.- Aspecto de los cuatro cilindros obtenidos en una estación	32
09.- Vista de ArcMap	36
10.- Datos en el GIS.....	38
11.- Localización de las estaciones de muestreo en el SIG utilizado	39
12.- Localización de las estaciones meteorológicas en el SIG utilizado	40
13.- Mapa Edafológico. Escala 1:200.000	41
14.- Mapa Edafológico y BCN 200. Escala 1:100.000	41
15.- SPOT	42
16.- Representación gráfica de $Z(x)$	46
17.- Representación gráfica de la semivarianza o semivariograma	47
18.- Representación gráfica de $Z(x)$	52
19.- Parámetros y criterios de valoración asociados al modelo	57
20.- Mapa de estimación de precipitación media anual.....	58
21.- Mapa Pluviometría media anual	58
22.- Elección método geoestadístico	60
23.- Semivariograma 1 de actividad de ^{137}Cs	60
24.- Semivariograma 2 de actividad de ^{137}Cs	60
25.- Criterios de valoración asociados al modelo circular y esférico	61
26.- Gráfico QQPlot correspondiente a la interpolación Kriging simple	61
27.- $K_{\text{simple_Gis}}$	62
28.- Semivariograma calculado con SGeMS	62
29.- Estadística asociada al modelo KS con variograma de SGeMS	63
30.- Ks_SGemS	63
31.- Semivariograma	64
32.- Histograma del inventario	64
33.- Histograma del inventario después de la transformación logarítmica de los datos.....	64
34.- Semivariograma	65
35.- Estadística asociada al modelo descrito	65
36.- OK_{\log}	65
37.- Criterios de valoración asociados a KO_{\log} con semivariograma de SGeMS	66
38.- KO_{\log} con semivariograma de SGeMS	66
39.- Gráfico de valores predichos frente a medidos para UK_{1st} , UK_{1st_log} y UK_{2nd}	68
40.- UK_{1st} es.....	68
41.- Histogramas de Cs137 y precipitación media anual, resaltando los valores más altos.....	69
42.- Superposición sobre mapa peninsular de puntos de máxima pluviometría y actividad medida de ^{137}Cs	69
43.- Semivariograma de Cks_{Gis}	71
44.- Gráfica de valores predichos frente a medidos para modelo cokriging simple.....	71
45.- Cokriging simple.....	71
46.- Semivariograma de Actividad de ^{137}Cs	72
47.- Semivariograma de precipitación.....	72
48.- Estadística del modelo	72
49.- Gráfica de valores predichos frente a medidos para modelo $Cks_{\text{Gis_mod_r}}$	73
50.- Cokriging simple con modificación de Lag y rango	73
51.- Cokriging ordinario.....	74
52.- Cokriging Universal.....	74
53.- Valores medidos frente a valores estimados	79
54.- Valores medidos frente a valores estimados	80
55.- Semivariograma de datos de precipitación	82
56.- Validación cruzada de datos de precipitación	83
57.- Validación cruzada de datos de actividad de ^{137}Cs	84
58.- Semivariograma del modelo con media constante sin transformación de los datos (izq.) y con transformación (der).	85
59.- Representación gráfica del modelo con media constante y de la desviación de los datos del modelo. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente	85
60.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der)	86

61.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.....	86
62.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).....	87
63.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.....	87
64.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).....	88
65.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.....	88
66.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).....	89
67.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.....	89
68.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).....	90
69.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.....	90

Tablas

Tabla 1.- Radionucleidos naturales (Tabla 3 Anexo B (3)).....	8
Tabla 2.- Pruebas nucleares atmosféricas realizadas por país y en total. (tabla2, Anexo C (3))	11
Tabla 3.- Radionucleidos producidos en las pruebas nucleares, importantes desde un punto de vista dosimétrico.(tabla 9, Anexo C (3))	12
Tabla 4.- Puntos muestreados con su localización en coordenadas UTM.....	28
Tabla 5.- Tipos de suelos en los puntos de muestreo elegidos	29
Tabla 6.-Proporción de cada tipo de suelo en el total de la zona de estudio y en los puntos muestreados	30
Tabla 7.-Resultados del inventario de actividad de Cs-137	34
Tabla 8.- Modelos realizados con Kriging (GIS).....	59
Tabla 9.- Criterios de valoración para los modelos de kriging universal	67
Tabla 10.- Modelos realizados con cokriging (GIS)	70
Tabla 11. – Estadísticas asociadas a los modelos realizados con cokriging (GIS).....	70
Tabla 12.- Resumen de los criterios de valoración estadísticos para los modelos analizados.	75
Tabla 13.- Inventarios de ¹³⁷ Cs medidos por distintos autores en la península Ibérica	76
Tabla 14.- Inventarios de ¹³⁷ Cs medidos por distintos autores en zona mediterránea.....	76
Tabla 15.- Puntos de medida para validación	77
Tabla 16.- Valores de los puntos de medida para validación.....	78
Tabla 17.- Criterios de validación de los puntos de medida para validación.....	78
Tabla 18.- Valores de los puntos de medida para validación.....	79
Tabla 19.- Criterios de validación de los puntos de medida.....	80
Tabla 20.- Resumen de modelos realizados con R	81

Introducción y objetivos.

Los elementos radiactivos presentes en el medio ambiente pueden ser tanto de origen natural como artificial. La radiactividad natural tiene su origen en la radiación cósmica y en los radionucleidos naturales existentes en la corteza terrestre. La radiactividad artificial fue introducida por el hombre en el medio ambiente a nivel mundial, principalmente, por las pruebas con armamento nuclear realizadas en los años cincuenta y sesenta (1). Esto ha producido una contaminación global a lo largo del tiempo y hasta nuestros días para los radionucleidos de vida más larga (1, 2). Otra fuente, importante, de contribución al medio ambiente de radionucleidos artificiales es la producida desde el inicio de la industria nuclear por algunos accidentes que han dado lugar a liberación de radiactividad al medio ambiente, aunque esta contaminación ha tenido lugar de una forma puntual más localizada (2, 3).

Los radionucleidos liberados de manera artificial al medioambiente se depositan sobre la superficie terrestre. La evaluación de estos depósitos, producidos sobre el terreno, de radionucleidos artificiales provenientes del llamado “fallout”, o lluvia radiactiva, derivado de los ensayos atmosféricos de armas nucleares y de accidentes nucleares debe ser estudiada, porque supone un aumento de radiactividad en los ciclos geoquímicos y biológicos, dando lugar al aumento de la dosis de radiactividad recibida por la población. El conocimiento del fallout de radiocesio y radioestroncio y su migración a través del suelo, en la península Ibérica suscitó el interés del Consejo de Seguridad Nuclear, que financió su estudio, mediante sus planes de I+D, con el proyecto: “Contenido y migración del radiocesio y radioestroncio en suelos españoles” (4) desarrollado entre el Departamento de Medio Ambiente del CIEMAT y el Departamento de Energía Nuclear y Mecánica de Fluidos de la Universidad del País Vasco. El objetivo del proyecto era la caracterización del contenido radiactivo de origen artificial (^{137}Cs , ^{90}Sr) depositado en los suelos del territorio peninsular español y el estudio de los perfiles de migración en zonas de suelos característicamente españoles. Para ello, se realizaron medidas de actividad de estos radionucleidos en los puntos de muestreo seleccionados.

Para realizar una caracterización detallada del contenido radiactivo de origen artificial (de uno o más radionucleidos) de los suelos del territorio peninsular español se necesitaría un número de medidas tan elevado que resultaría prácticamente imposible realizar, por los costes y el tiempo necesario. Este trabajo pretende, a partir de una información reducida, en cuanto al número de muestras, y puntual obtenida en cada estación de muestreo, conseguir una información continua, que cubra toda la superficie de estudio: el suelo español de la Península Ibérica. Para conseguirlo se utilizan modelos geoestadísticos, que a partir de la interpolación de los datos medidos, proporcionan una superficie continua de valores de actividad.

El trabajo centra su interés en uno de estos dos radionucleidos de origen artificial, el ^{137}Cs . Se describe el proceso para la implementación de los resultados de actividad de ^{137}Cs en un Sistema de Información

Geográfica (SIG), sobre un marco geográfico, socio-político, morfológico y edafológico y la realización de los distintos modelos de estimación de concentración de actividad de ^{137}Cs en las zonas no medidas del suelo, utilizando técnicas de interpolación espacial.

Un Sistema de Información Geográfico es, de manera resumida, una base de datos con proyección geográfica. A través de la implementación y tratamiento de los datos se persigue un conocimiento general de los niveles de fondo para el ^{137}Cs que permitiría detectar un posible depósito futuro, producido por una eventual liberación de material radiactivo al medio. A la vez, puede resultar de utilidad en otros estudios, por ejemplo como nivel de referencia en estudios de erosión del terreno y degradación del medio ambiente. Es conocido el uso de la técnica del ^{137}Cs como cuantificador de la erosión en terrenos.

Los objetivos globales de la tesis han sido:

- La implementación de los resultados de Inventario de actividad de ^{137}Cs , obtenidos en el proyecto (4) en un SIG sobre un marco geográfico, socio-político, morfológico y edafológico.
- La realización de un mapa de estimación de actividad de ^{137}Cs en el territorio español de la península Ibérica.

Como objetivos intermedios se plantearon:

- Conocimiento de los distintos orígenes del radionucleido bajo estudio, así como de su ciclo biogeoquímico, dada la importancia que la evolución del mismo en la biosfera puede suponer para la consecución del resto de objetivos.
- El análisis bibliográfico de estudios anteriores realizados, tanto respecto a valores de inventario de actividad de ^{137}Cs obtenidos para distintas zonas de clima mediterráneo, como de métodos utilizados para estimación de las variables medioambientales en puntos no muestreados.
- La elección de la técnica de interpolación más adecuada para la realización de la superficie de estimación. Se utilizan distintos paquetes informáticos para comparar los modelos realizados y elegir el más adecuado. Así se realizan modelos con la herramienta de análisis geoestadístico del SIG utilizado para la implementación de los datos (ArcGis de Esri) y con el programa para estadística R(5).

El contenido del trabajo se ha estructurado de la siguiente manera:

El primer capítulo se divide en dos partes, en el apartado I.1, se expone de manera general la existencia de radiactividad natural en la tierra y la introducción de radiactividad artificial por el hombre en la biosfera. De las posibles fuentes de radiactividad artificial se destacan como principales las pruebas nucleares realizadas a partir de la década de los 50 y los accidentes sufridos en centrales nucleares. En el apartado I.2 el trabajo se centra en el origen y las causas de la peligrosidad específica del ^{137}Cs , ya que por su naturaleza proporciona gran parte de la exposición a la radiación de la población a largo plazo. También

se estudia el comportamiento de este radionucleido en la biosfera, a partir de su liberación al medio ambiente e incorporación a los ciclos geoquímicos y biológicos de la naturaleza

En el capítulo II, bajo el epígrafe de metodología, se reúnen las bases de partida del presente trabajo. En el apartado II.1 se realiza una descripción general del proyecto que da lugar a las medidas de inventario de ^{137}Cs , utilizadas posteriormente para la realización de la superficie de predicción. En este apartado, se detalla la localización exacta de los puntos de medida, los tipos de suelos y los procedimientos de muestreo y de medida. En el apartado II.2 se explica qué es y como está estructurado un Sistema de Información Geográfico (SIG/GIS) y se detallan los datos introducidos en este trabajo. En el apartado II.3 se desarrollan, teóricamente, los métodos geoestadísticos de interpolación utilizados en el trabajo.

En el capítulo III se detallan los modelos analizados con los distintos paquetes informáticos (ArcGis y R), realizando una evaluación de los mismos en base a determinados criterios estadísticos como la raíz del error cuadrático medio (RMSE). Por último se realiza con ArcGis una validación de resultados de este trabajo con valores de medidas de actividad similares hallados en la bibliografía.

El capítulo IV se dedica a las conclusiones derivadas el presente trabajo.

Por último en los capítulos V y VI recogen la bibliografía y los anexos con el desarrollo de los modelos desarrollados con el software R.

I. Antecedentes

En el presente capítulo se presenta un resumen de las principales fuentes de radiactividad en el medio ambiente, centrandó después nuestra atención en el comportamiento del radioelemento artificial ^{137}Cs por ser uno de los contaminantes globales más importantes en el planeta.

I.1 Origen de la radioactividad en el medio ambiente.

La radiactividad es un fenómeno físico natural mediante el que los nucleidos o isótopos radiactivos se transmutan espontáneamente en otros núcleos más estables, o de menor energía, emitiendo partículas alfa, beta o neutrón, generalmente acompañada de un fotón de radiación gamma. Son isótopos de un elemento químico de número atómico Z , los distintos nucleidos con el mismo número de protones (mismo número atómico Y , por tanto, mismas propiedades químicas) y con distinto número de neutrones (distinto número másico A , lo que implica distintas propiedades nucleares).

Las radiaciones y partículas emitidas son capaces, en su interacción con la materia, de descomponer los átomos y moléculas que la componen, transformándola en fragmentos con carga eléctrica. Este proceso de ionización perturba los procesos químicos normales de las células vivas, produciendo un daño biológico en el organismo afectado.

I.1.1. Radiactividad Natural.

La radiactividad en la Tierra ha existido siempre de forma natural, ya sea proveniente de la radiación cósmica (radioelementos cosmogénicos) o de los radionucleidos naturales existentes en la corteza terrestre (radioelementos geogénicos), de estos últimos solo los radionucleidos con vidas medias comparables a la edad terrestre y sus descendientes existen en cantidades significativas en los materiales terrestres.

En 1972 el físico francés Francis Perrin descubrió la existencia de un reactor nuclear natural en Ocklo (Gabón, África). Se descubrieron dieciséis emplazamientos dentro de una mina de uranio, en los que habían tenido lugar fisiones nucleares naturales. La concentración en la naturaleza de ^{235}U hace 1800 millones de años era mayor que la actual (3% frente al 0.72% actual), este hecho junto a la presencia de agua como moderador y la ausencia de venenos como las tierras raras propiciaron las condiciones idóneas para que se iniciase la fisión y la reacción en cadena se prolongó durante algunos cientos de miles de años. Este fenómeno fue descubierto por las anomalías existentes respecto a la abundancia relativa de los dos isótopos más significativos del uranio (^{235}U y ^{238}U).

Los radioelementos geogénicos, presentes en la tierra desde su origen, aportan la mayor parte de la radiactividad de carácter natural, siendo especialmente importantes las series del ^{238}U y ^{232}Th y el radioelemento aislado ^{40}K . Son la principal fuente de irradiación externa natural para los seres vivos. Existen además otros radioelementos geogénicos como vemos en la tabla 1, pero en proporciones que no afectaran prácticamente a los seres vivos.

El ^{40}K es el radioelemento aislado de origen terrestre más importante, es de la familia de los alcalinos y está ampliamente distribuido en la naturaleza, siendo además un elemento esencial en los organismos

vivos. Contribuye tanto a la dosis interna como a la externa recibida por los seres vivos. El ^{87}Rb es el segundo radioelemento aislado de origen terrestre, importante, también es de la familia de los alcalinos y de comportamiento químico similar al potasio aunque en una proporción mucho menor.

Los radioelementos cosmogénicos son generados por la interacción de la radiación cósmica con la atmósfera, destacando entre ellos los isótopos de ^3H y ^{14}C . El tritio se introduce en el ciclo hidrológico en forma de agua tritiada, depositándose en la superficie terrestre y en los océanos mediante las precipitaciones, lo que le permite estar presente en los procesos biológicos contribuyendo a las dosis internas recibidas por los seres vivos. El ^{14}C , una vez oxidado, entra en el ciclo del CO_2 , siendo absorbido por las plantas y pasando al resto de los seres vivos, contribuyendo por tanto a la dosis interna recibida por los mismos.

La radiactividad natural no fue percibida por el hombre hasta 1896 por H. Becquerel.

Tabla 1.- Radionucleidos naturales (Tabla 3 Anexo B (3))

Elemento	Isótopo	Periodo de semidesintegración	Desintegración
Radionucleidos cosmogénicos			
Hidrógeno	H3	12.33 a	β
Berilio	Be7	53.29 d	CE
	Be10	$1.51 \cdot 10^6$ a	β
Carbono	C14	5730 a	β
Sodio	Na22	2.602 a	CE
Aluminio	Al26	$7.4 \cdot 10^5$ a	CE
Sílice	Si32	172 a	B
Fósforo	P32	14.26 d	B
	P33	25.34 d	B
Azufre	S35	87.51 d	B
Cloro	Cl36	$3.01 \cdot 10^5$ a	CE (1.9%) β (98.1%)
Argón	Ar37	35.04 d	CE
	Ar39	269 a	B
Kriptón	Kr81	$2.29 \cdot 10^5$ a	CE
Radionucleidos geogénicos			
Potasio	K40	$1.28 \cdot 10^9$ a	β (89.3%) CE (10.7%)

Rubidio	Rb87	$4.75 \cdot 10^{10}$ a	B
Lantano	La138	$1.05 \cdot 10^{11}$ a	β (33.6%) CE (66.4%)
Samario	Sm147	$1.06 \cdot 10^{11}$ a	α
Serie del Radio (U-238)			
Uranio	U 238	$4.468 \cdot 10^9$ a	α
Torio	Th 234	24.10 d	B
Protactinio	Pa 234m	1.17 m	B
Uranio	U 234	245500 a	α
Torio	Th 230	75380 a	α
Radio	Ra 226	1602 a	α
Radón	Rn 222	3.824 d	α
Polonio	Po 218	3.10 min	α (99.98 %) β (0.02 %)
Plomo	Pb 214	26.8 min	B
Bismuto	Bi 214	19.9 min	β (99.98 %) α (0.02 %)
Polonio	Po 214	0.1643 ms	α
Talio	Tl 210	1.30 min	B
Plomo	Pb 210	22.3 a	B
Bismuto	Bi 210	5.013 d	β 99.99987% α 0.00013%
Polonio	Po 210	138.376 d	α
Talio	Tl 206	4.199 min	B
Plomo	Pb 206	estable	-
Serie del Actinio (U-235)			
Plutonio	Pu 239	$2.41 \cdot 10^4$ a	α
Uranio	U 235	$7.04 \cdot 10^8$ a	α
Torio	Th 231	25.52 h	B
Protactinio	Pa 231	32760 a	α
Actinio	Ac 227	21.772 a	β 98.62% α 1.38%
Torio	Th 227	18.68 d	α
Francio	Fr 223	22.00 min	B
Radio	Ra 223	11.43 d	α
Radón	Rn 219	3.96 s	α

Polonio	Po 215	1.781 ms	α 99.99977% β 0.00023%
Astato	At 215	0.1 ms	α
Plomo	Pb 211	36.1 m	B
Bismuto	Bi 211	2.14 min	α 99.724% β 0.276%
Polonio	Po 211	516 ms	α
Talio	Tl 207	4.77 min	β^-
Plomo	Pb 207	estable	.
Serie del Torio (Th-232)			
Torio	Th232	$1.41 \cdot 10^{10}$ a	α 100%
Radio	Ra228	5.75 a	β 100%
Actinio	Ac228	6.13 h	β 100%
Torio	Th228	1.91 a	α 100%
Radio	Ra224	3.66 d	α 100%
Radón	Rd220	55.6 s	α 100%
Polonio	Po216	0.145 s	α 100%
Plomo	Pb212	10.64 h	β 100%
Bismuto	Bi212	60.55 m	β 64% (Tl) α 36% (Po)
Talio	Tl208	3.05m	β 100%
Polonio	Po212	0.212 μ s	α 100%
Plomo	Pb208	estable	

I.1.2 Radiactividad Artificial.

La radioactividad artificial se genera en actividades humanas donde intervienen isótopos radiactivos. No se conoce hasta que el matrimonio Joliot-Curie, en 1933, en un experimento consistente en bombardear núcleos de Boro y Aluminio con partículas alfa observaron emisión de radiación después de retirar el emisor de partículas alfa.

En la actualidad la radiactividad artificial existente en el medio ambiente proviene en su mayoría de la realización de pruebas con armamento nuclear o de accidentes en centrales nucleares y en menor proporción y de forma local de la radiación natural incrementada por actividades industriales conocida

como TENR (Technological Enhanced Natural Radiation), de la producción eléctrica en centrales nucleares, de la fabricación de combustibles nucleares y de usos médicos.

La radiación artificial introducida en el medio ambiente por la realización de pruebas con armamento nuclear es sin duda la más importante, por su extensión y cantidad, por lo que se expone a continuación un resumen de la producción mundial de radiactividad artificial por esta vía.

Realización de pruebas con armamento nuclear.

La primera explosión nuclear atmosférica tuvo lugar en 1945, en el desierto de Nuevo México, a partir de esta fecha y hasta 1980 se realizaron alrededor de 540 pruebas con armamento nuclear por distintos países.

Tabla 2.- Pruebas nucleares atmosféricas realizadas por país y en total. (tabla2, Anexo C (3))

País	Nº pruebas	Producción (Mt)			Alcance de la Prod. de fisión (Mt)		
		Fisión	Fusión	Total	Local-Regional	Troposf.	Estratosf.
China	22	12.2	20.5	20.72	0.15	0.66	11.40
Francia	45	6.17	4.02	10.20	0.23	0.57	5.37
UK	21	4.22	3.83	8.05	0.07	1.76	2.39
USA	197	81.5	72.2	153.8	28.2	8.27	44.9
USSR	219	85.3	162	247.3	0.13	4.28	80.8
Total	543	189	251	440	29	16	145

La época de mayor intensidad en la realización de pruebas nucleares atmosféricas tuvo lugar durante los años 50 y principios de los 60, teniendo su apogeo entre 1961-1962, periodo durante el que se genera gran parte del inventario radiactivo artificial del planeta y dando lugar al periodo de máximo fallout en 1963. En este año se firma el tratado de prohibición de pruebas nucleares atmosféricas entre USA, URSS y Gran Bretaña que trasladan sus pruebas a emplazamientos subterráneos. Otros países como Francia y China continúan realizando pruebas nucleares atmosféricas.

Los tres mayores emplazamientos en los que se produjeron las pruebas de armamento nuclear son: Novaya Zemlya en la región ártica de la antigua URSS, las islas Bikini en el océano Pacífico y Eniwetok en Nevada.

Una explosión nuclear consiste en la liberación de una tremenda cantidad de energía en un espacio reducido, como consecuencia de la fisión o fusión nuclear. En torno al 15 % de la energía liberada en la explosión consiste en radiación ionizante, mientras que el resto tiene carácter mecánico (50%) o térmico (35%). Del 15 % correspondiente a energía en forma de radiación, aproximadamente la tercera parte se

emite de forma inmediata, mientras que el resto consiste en radiación diferida procedente de la desintegración de productos de fisión y radioelementos creados por activación neutrónica.

Los materiales vaporizados en la bola ígnea (combustible no fisionado, fragmentos de fisión y materiales estructurales del aparato) forman, al condensarse en presencia de partículas de polvo, aire o agua, el denominado poso radiactivo. El poso radiactivo está constituido por aerosoles con un tamaño del orden del μm , cuya composición es muy variable, aunque destacan los óxidos de hierro y aluminio, así como el hidróxido de calcio y el carbonato de calcio. Tras ser generado, el poso radiactivo es transportado en la atmósfera y posteriormente depositado en la superficie de la tierra.

Tabla 3.- Radionucleidos producidos en las pruebas nucleares, importantes desde un punto de vista dosimétrico.(tabla 9, Anexo C (3))

Radionucleido	Periodo de semidesintegración
C-14	5730 a
H-3	12.3 a
Mn-54	312.3 d
Fe-55	2.73 a
Sr-89	50.53 d
Sr-90	28.78 a
Y-91	58.81 d
Zr-95	64.02 d
Ru-103	39.26 d
Ru-106	373.6 d
Sb-125	2.76 a
I-131	80.2 d
Ba-140	12.75 d
Ce-141	32.5 d
Ce-144	284.9 d
Cs-137	30.07 a
Pu-239	24110 a
Pu-240	6563 a
Pu-241	14.35 a

De los radionucleidos que contribuyen a la exposición externa desde los depósitos de fallout únicamente el ^{137}Cs tienen periodo de semidesintegración considerable, lo que hace que junto al ^{90}Sr sean los únicos radionucleidos con contribuciones significativas al fallout mas allá del año 2000 (3).

Las pruebas con armamento nuclear se produjeron en distintas localizaciones, tanto atmosféricas (globos, torres, barcos en el océano, en cohetes, en aviones en la cima de montañas,...) como subterráneas (cuevas). Según la situación (longitud, latitud y altitud), la potencia de la explosión y las condiciones meteorológicas existentes, los radionucleidos se depositan de forma local (decenas de kilómetros) o regionalmente (miles de kilómetros).

Las pruebas nucleares de los años 1945-1951 correspondían a bombas de fisión en el rango 20-100 kilotones, quedando el poso radiactivo confinado a la troposfera. El fallout producido por tales detonaciones es de tipo local, aunque también aparece una componente que se distribuye a lo largo de una banda de igual latitud a la de la prueba. Dicha componente está constituida por las partículas más finas que persisten en la atmósfera durante días antes de depositarse sobre la superficie.

La detonación de bombas termonucleares, que comienza a efectuarse en 1952, con potencias en el rango del megatón, inyecta los materiales radiactivos en la estratosfera. Debido a que el aire de esta capa se mezcla muy lentamente con la atmósfera inferior, y a que no existen apenas precipitaciones que arrastren las partículas, los tiempos de residencia de los radioelementos en la estratosfera son largos. De esta forma, los radionúclidos de vida corta desaparecen y los radionúclidos de vida media o larga permanecen, siendo transportados por todo el planeta. La posterior deposición de esta radiactividad constituye el denominado fallout global, siendo el agente más importante responsable de la dispersión de radiactividad artificial a nivel mundial.

Como resultado de dichas explosiones, un 15% del total de las emisiones producidas quedó como depósito local, un 8% del total de las emisiones alcanzó la troposfera depositándose posteriormente en la misma banda latitudinal y un 77% alcanzó la estratosfera. Puesto que la mezcla de aire a nivel estratosférico, entre ambos hemisferios, es muy limitada (fig.1) y la mayoría de los emplazamientos donde tuvieron lugar las explosiones están situados en el hemisferio norte (tabla 2, (3)), la deposición sobre el terreno de sustancias radiactivas procedentes de la atmósfera (fallout) es mayor en este hemisferio y también, por lo tanto, las dosis medias anuales (un 10% mayores).

Otro factor a tener en cuenta en la formación de depósitos es el intercambio preferencial de aire entre estratosfera y troposfera en latitudes medias (figura 1). Esto se traduce en un aumento del fallout en regiones templadas (bandas de latitud 40°-50°) y un descenso en las regiones ecuatoriales y polares.

El comité científico de Naciones Unidas sobre efectos de la radiación establece para los dos hemisferios las zonas de máximo *fallout* entre las bandas de latitud 40°-50°. (Tabla 8. (3))

Regiones atmosféricas y procesos de transporte atmosférico predominantes

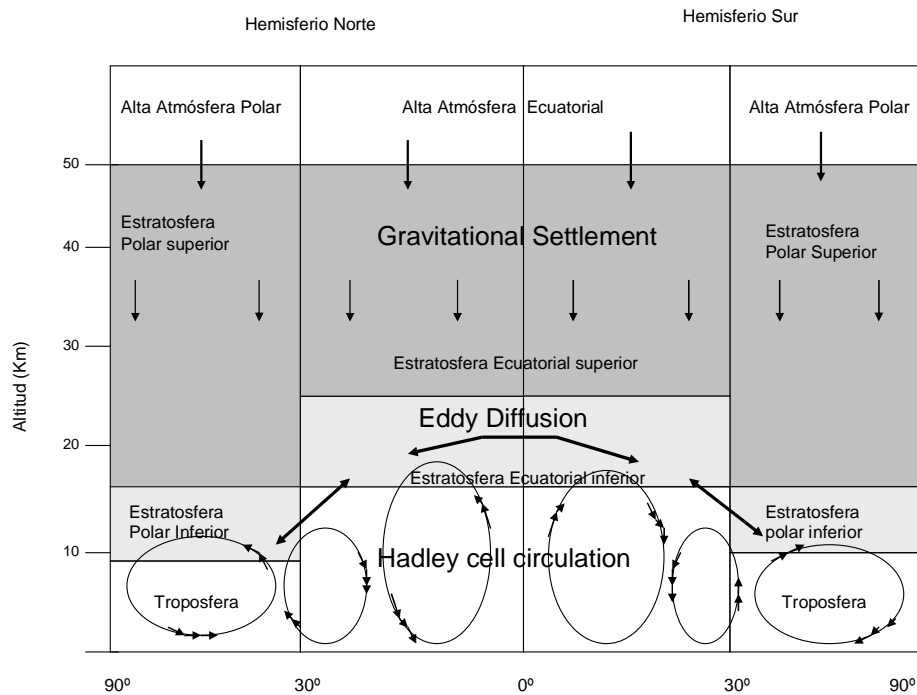


Figura 1.- Esquema del transporte atmosférico

Las pruebas nucleares subterráneas realizadas (hasta después que las atmosféricas), aún siendo fuente de radioisótopos artificiales no son relevantes, pues su contribución es mínima salvo en el caso de fugas de gases desde su confinamiento subterráneo.

Accidentes en centrales nucleares.

Respecto a esta contribución a la radiactividad artificial en el medio ambiente, a lo largo de la historia ha habido varios casos, entre los que cabe destacar:

- centrales nucleares como Three Mile Island y Chernobyl;
- transporte de armas nucleares como Thule y Palomares;
- la reentrada de satélites a la atmósfera como SNAP-9A, Cosmos 954

De todos ellos el único con entidad suficiente por su contribución al *fallout* fue el accidente sufrido en el año 1986 en la central nuclear de Chernobyl, por la gran cantidad de material radiactivo que esparció por Europa principalmente.

Se estima en 1.26 EBq la cantidad de ^{137}Cs inyectada a la atmósfera hasta 1971, como consecuencia de la detonación de armamento nuclear. Las pruebas posteriores han introducido una cantidad adicional en

torno al 10-20 %, mientras que el accidente de Chernobyl, acaecido en 1986, expulsó una actividad estimada de 85 PBq (3).

La deposición de radiactividad generada en el accidente de Chernobyl se ha cuantificado en Europa, y en otras zonas del planeta, mediante la medida del producto de fisión ^{137}Cs , por ser éste el radioelemento más relevante, ambientalmente, tras el decaimiento del ^{131}I . Según los criterios de la UNSCEAR, una región se considera contaminada cuando presenta niveles de deposición de ^{137}Cs por encima de 37 kBq/m² (1 Ci/km²). Aproximadamente, el 50 % de los 85 PBq de ^{137}Cs expulsados a la atmósfera en el accidente de Chernobyl se precipitaron sobre la antigua Unión Soviética. Los valores máximos de la deposición, por encima de 1500 kBq/m², se localizaron en las proximidades de la central, en un radio de 30 km alrededor de ésta. La deposición de ^{137}Cs fuera de la Unión Soviética no ha sido elevada, salvo en aquellas regiones en las que la nube radiactiva coincidió con precipitaciones, como en zonas muy localizadas de Austria e Italia, donde se han detectado valores por encima de 500 kBq/m². En la mayor parte de Europa, la deposición de ^{137}Cs de Chernobyl está por debajo de 10 kBq/m².

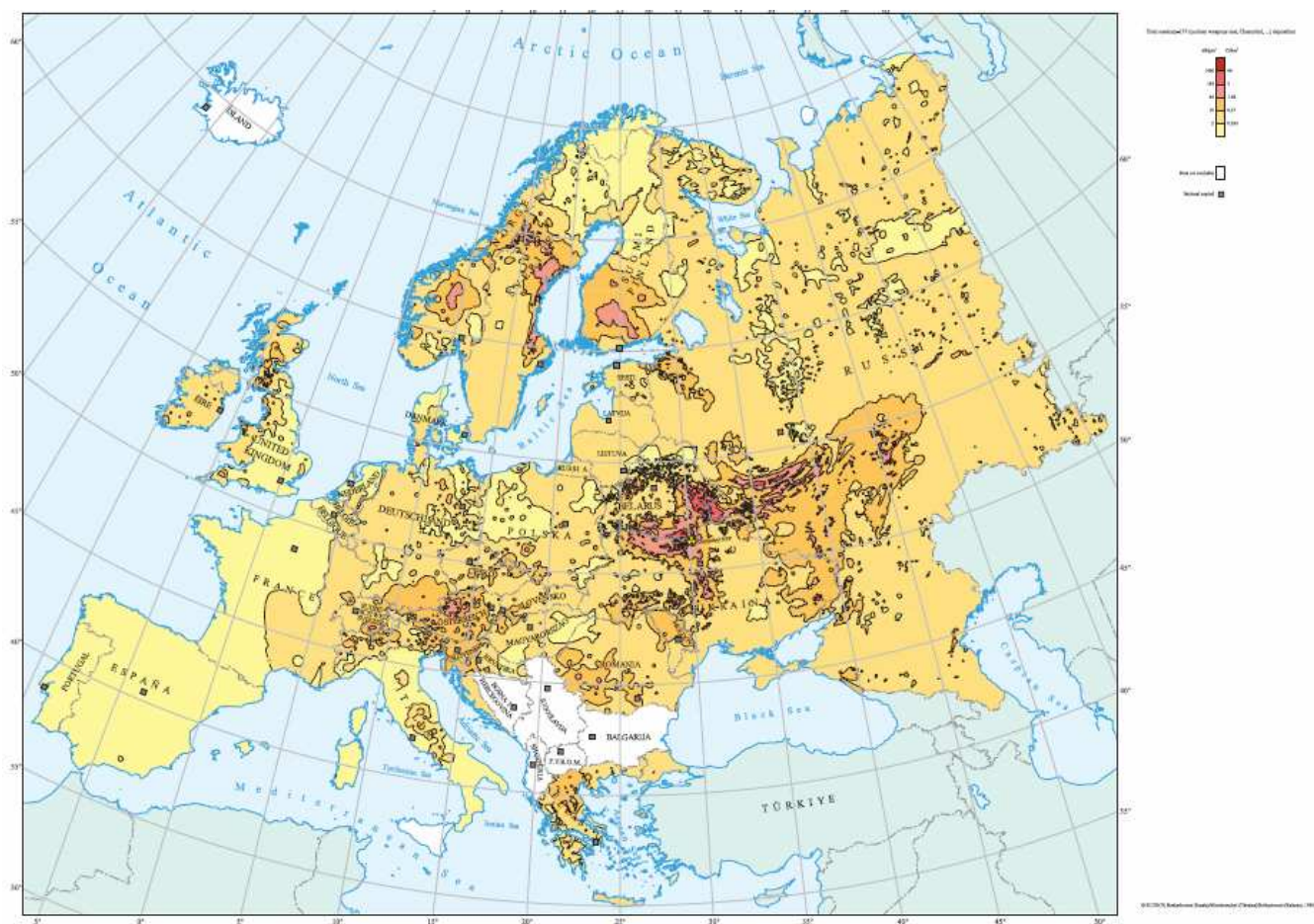


Figura 2.- Atlas de deposición de Cs en Europa como consecuencia de las pruebas nucleares y del accidente de Chernobyl.(6)

En España y Portugal, la deposición de ^{137}Cs de Chernobyl está en el intervalo 0.005-0.040 kBq/m², constituyendo el valor más bajo detectado en todo el territorio europeo. Tras el accidente, la nube radiactiva llegó a la península ibérica muy diluida, lo que unido a las escasas precipitaciones producidas en la zona durante el siniestro, explican el reducido valor de dicha deposición. Teniendo en cuenta el inventario preexistente como consecuencia de las pruebas de armamento nuclear, en torno a 2 kBq/m², la deposición de Chernobyl representa una fracción en el intervalo 0.2-2 % del inventario total de ^{137}Cs en la zona. El atlas realizado por De Cort, Dubois Fig.2 (6) representa la actividad total de ^{137}Cs depositada en Europa, como consecuencia tanto del accidente de Chernobyl como de las pruebas nucleares. Las zonas que presentan una menor deposición de ^{137}Cs son la península Ibérica, el oeste de Francia y la periferia de Italia. Los niveles de ^{137}Cs en estas zonas, en torno a los 2 kBq/m², corresponden esencialmente al fallout de las pruebas nucleares. En la mayor parte del territorio europeo, sin embargo, la actividad depositada de ^{137}Cs procedente del accidente de Chernobyl es comparablemente mayor que la generada en las pruebas estratégicas

I.2 Cesio.

I.2.1 Características generales del ^{137}Cs y evolución en la biosfera.

El cesio es un elemento del grupo I del sistema periódico de elementos, correspondiente a los elementos alcalinos, con valencia iónica (+1). Sus dos isótopos más importantes son ^{134}Cs y ^{137}Cs , cuyos periodos de semidesintegración son 2.06 y 30.17 años respectivamente. El ^{137}Cs es un producto de fisión, emisor beta/gamma que se produce en grandes cantidades en los reactores nucleares. Se produce en el 6.4 % de las fisiones del ^{235}U . Un reactor nuclear de potencia produce anualmente varios centenares de miles de curios de ^{137}Cs , que contribuyen con el 30 % de la energía de la radiación gamma emitida por los productos de fisión, en el combustible gastado al año de su almacenamiento, con el 70 % a los dos años y casi con el 100 % a los cinco años; por ello la separación del cesio de los demás productos de fisión facilita el almacenamiento de los residuos radiactivos de fisión. El ^{134}Cs se genera mediante activación neutrónica del ^{133}Cs siendo menor su producción en el reactor.

Las principales fuentes de emisión del ^{137}Cs a la biosfera han sido las pruebas de armamento nuclear y los accidentes nucleares, proporcionando gran parte de la exposición a la radiación de la población, a largo plazo, debido a su elevado periodo de semidesintegración y ser un emisor gamma (662 keV), y contribuyendo a la dosis externa recibida. Por su similitud con otros elementos alcalinos puede ocupar su lugar y ser introducido en la cadena trófica, contribuyendo a la dosis interna recibida por los seres vivos.

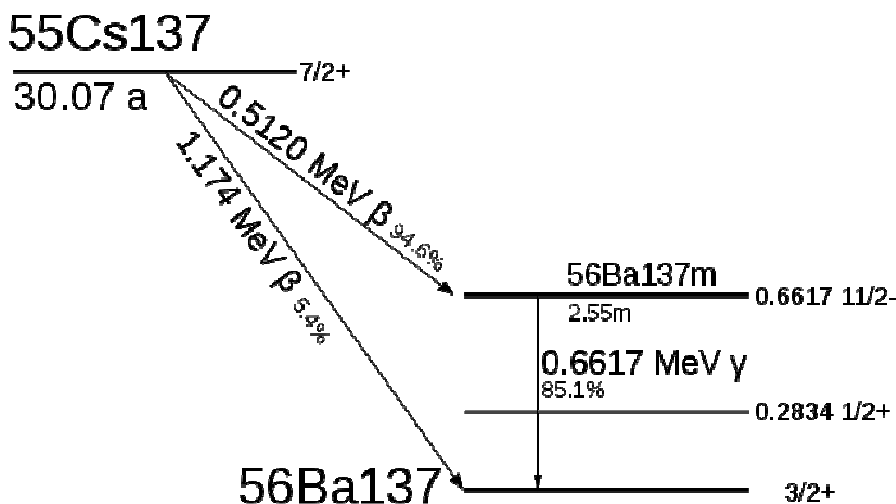


Figura 3.- Esquema de desintegración del Cs-137.

Una vez que el ^{137}Cs , producido bien en las explosiones nucleares, bien accidentalmente, alcanza la atmósfera puede ser transportado a distancia considerable, o depositado directamente en las cercanías del punto de emisión. Dependiendo de la capa de la atmósfera que alcance y de las condiciones climáticas será transportado a mayor o menor distancia para finalmente ser depositado, siendo la

deposición húmeda el mecanismo más frecuente aunque no el único, pues en zonas secas adquiere mayor importancia la deposición seca. Una vez que el cesio se encuentra en la solución del suelo es susceptible de sufrir distintos procesos según la forma química en la que se halle y según el tipo de suelo en el que haya sido depositado, incorporándose en los ciclos biogeoquímicos, como se tratará en el apartado siguiente.

De manera general la evolución del cesio en el suelo puede deberse a: desintegración radiactiva, erosión, escorrentía, infiltración, resuspensión, absorción radicular, etc., aumentando o disminuyendo su inventario según las condiciones edáficas y climáticas a las que esté sometida la zona.

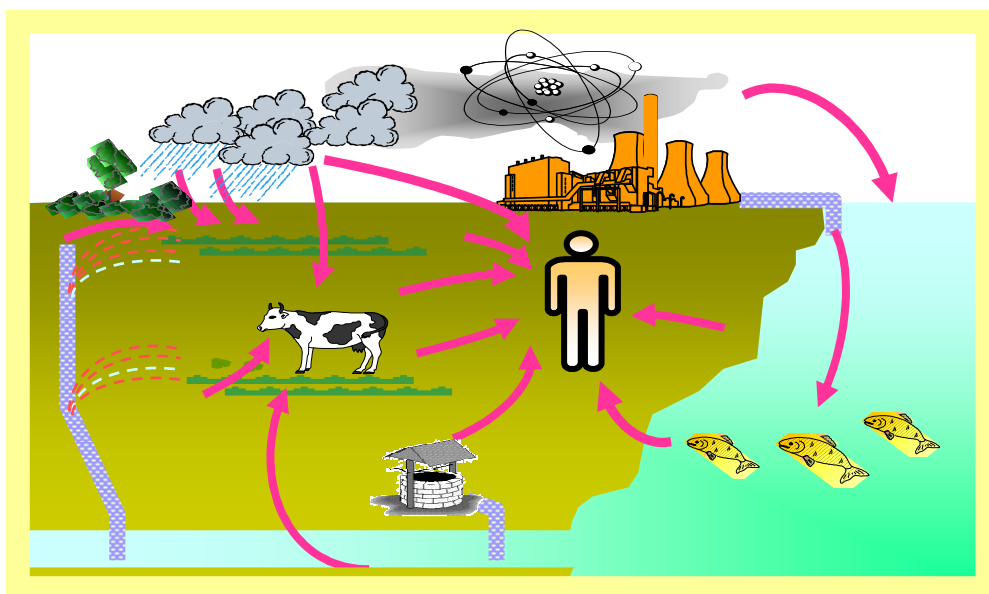


Figura 4.- Esquema de evolución del radionucleido.

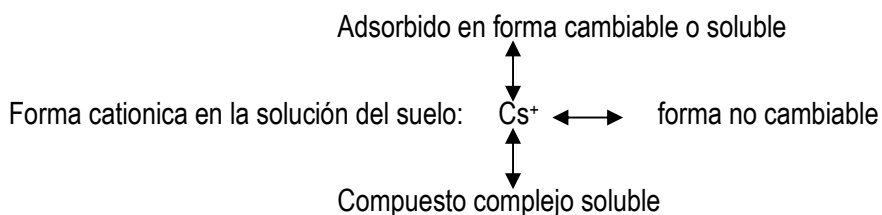
Las principales vías de incorporación al hombre son la ingestión de los alimentos producidos en la zona contaminada, ya que una vez en la solución del suelo puede ser absorbido por las raíces de las plantas e incorporarse a la cadena de alimentación; la inhalación de aire contaminado directamente tras el accidente o por la resuspensión de los radionucleidos depositados en el suelo, y el uso y consumo de agua.

1.2.2 Comportamiento físico-químico del ^{137}Cs en suelo.

Cuando un radionucleido es liberado al medio ambiente y permanece en el mismo un periodo elevado de tiempo, se incorpora a los ciclos geoquímicos y biológicos de la naturaleza. Dependiendo de sus características físico-químico y de las características ambientales de la zona como clima, tipo de suelo, etc, puede sufrir diferentes procesos.

Gran parte de los depósitos procedentes del accidente de Chernobyl estaban en forma de partículas calientes muy poco solubles, sin embargo si los depósitos se producen en forma de aerosol vía húmeda, el radiocesio al igual que el resto de los elementos alcalinos forma sales y otros compuestos solubles en agua como CsOH , Cs_2CO_3 , lo que unido a su valencia, radio iónico y comportamiento parecido a los iones K^+ , Rb^+ y Na^+ , hace que sea absorbido por las raíces de las plantas, pasando a las cadenas tróficas.

Las transformaciones entre las formas químicas de los radionúclidos en suelo y su solución pueden resumirse como sigue (7):



El comportamiento en diferentes tipos de suelos es complejo, siendo bien conocido que diferentes tipos de suelos tienen diferentes capacidades para retirar el cesio de las soluciones acuosas. Las formas solubles depositadas pueden ser adsorbidas por partículas del suelo por mecanismos de cambio iónico o sufrir reacciones de formación de complejos solubles, pudiendo ser transferidas a la solución del suelo. El cesio muestra poca participación en los procesos de cambio iónico en la interacción con partículas del suelo. Las formas no cambiables son las absorbidas por mecanismos irreversibles (por ejemplo en forma de complejos orgánicos insolubles en el suelo) y pasan difícilmente a la solución del suelo considerándose no disponibles para ser asimiladas a través de las raíces de las plantas (8).

En suelos ricos en arcilla como los usados para la agricultura, el cesio es adsorbido en FES (9) (Frayed Edge Sites) de arcillas minerales no estando así disponible para las plantas, sin embargo en los suelos de bosques, en los que suele existir un horizonte húmico, de mayor o menor espesor, dependiendo de si son de hoja caduca o perenne, no existen tantos de estos emplazamientos selectivos (10). Si hay menos porcentaje de arcillas en el suelo, el cesio estará más biodisponible, pudiendo migrar en el perfil del suelo. El trabajo de Cremers (9) mostraba que en suelos con más del 80% de materia orgánica, el cesio ocupa emplazamientos de intercambio regular (con la superficie externa de las partículas de arcilla y con complejos orgánicos reversibles) lo que se traduce en una reducción más lenta del cesio disponible para las plantas, o sea, en una mayor movilidad. Solo si existe ilita suficiente estará la mayoría del cesio retenido en FES. Las arcillas minerales y la materia orgánica dentro del suelo han demostrado ser los agentes más importantes en el comportamiento geoquímico del Cs en suelo.

Las arcillas más selectivas son de tipo 2:1 como ilita, moscovita, biotita y flogopita, todas con una estructura y espaciado similar. Pasado un tiempo el cesio se difunde por la estructura de la ilita pasando a ser prácticamente inintercambiable, proceso conocido como fijación. Este proceso no es irreversible sino

que tiende al equilibrio en escalas de tiempo de aproximadamente una década (11). El proceso mediante el cual la fracción mineral del suelo fija el cesio se ha descrito como un colapso de la estructura mineral (cierre de láminas), con un alto grado de selectividad cuando el espaciado es de 10Å. El rango de fijación en la illita está controlado por el rango de difusión del cesio a través de la estructura el filosilicato. En estos emplazamientos específicos, el ^{137}Cs puede intercambiarse con iones de propiedades similares como potasio y amonio. El ión K^+ influye mucho en la incorporación de ^{137}Cs a la planta. La relación Cs^+/K^+ (12) varía de una manera no uniforme en los procesos de transferencia, dependiendo esta variación sobre todo de la concentración de K^+ . Aportes externos de K^+ inhibe la toma de Cs^+ por parte de la planta. Más competitivo aún que el K^+ por las posiciones de intercambio del Cs^+ , es el ión amonio, consiguiendo movilizarlo a la solución acuosa el suelo. Esto es importante en suelos boscosos en los que existe una capa de humus con altos niveles de concentración de ión amonio, dando lugar a una mayor biodisponibilidad del cesio. Konopleva (10) da resultados del 50% del contenido de Cs localizado en la zona de raíces, para bosques de coníferas (en los primeros 5 cm. del suelo) con un horizonte orgánico grueso que retiene el Cs. En bosques mixtos o de hoja caduca donde la capa húmica es más delgada la caída de la hojarasca aporta sales minerales y materia orgánica al suelo, habrá una mayor migración vertical, estando solo el 30 % del Cs en la zona de raíces.

Según el informe del UNSCEAR 2000, anexo J (3), en suelos naturales tipo pradera, que se caracterizan por tener una abundante primera capa, constituida por materia orgánica en descomposición y una segunda capa también con materia orgánica mezclada con partículas del suelo, la mayor parte del ^{137}Cs se encuentra en los primeros 10 cm. del suelo, mientras que en suelos minerales el 90% está en los primeros 5 cm. del suelo. En suelos de turba la migración es más rápida debido a la materia orgánica existente y solo el 40-70 % está en la lámina superficial.

En cuanto al pH, los resultados de Bergeijk (13), muestran que en un rango de pH entre 3.9 y 8.4 la transferencia de cesio no resulta afectada por el pH.

La fijación de cesio está pues condicionada principalmente por el contenido y la naturaleza de los minerales de la arcilla, el contenido en potasio, ión amonio y de materia orgánica.

Otro factor importante para la movilidad del cesio es la microflora existente en el suelo, bacterias y hongos tipo micorrizal (14) que retiene el cesio al igual que el potasio y magnesio. El contenido de calcio de cambio no parece afectar significativamente sobre su fijación.

Es interesante para comprender la evolución del ^{137}Cs en el suelo conocer los cambios temporales que sufre el radioelemento desde que es depositado en el suelo y la vida media ecológica, entendiendo por este término todos los procesos que causan disminución de la actividad en el medio: lavado, fijación erosión y traslado, desintegración radiactiva, migración hacia capas inferiores del suelo, toma por las raíces de las plantas,.... En el trabajo de Smith (11) el Cs depositado en el suelo, inicialmente mas móvil, es fijado en un proceso reversible a largo plazo, tardando un tiempo significativamente mayor (escala de

años) en volver a la solución del suelo que otros procesos, por ejemplo la migración de cesio desde ríos y lagos a peces se produce en una escala de tiempo de meses y la migración del radionucleido de la vegetación a la leche ocurre en días. Una vez que el ^{137}Cs está en la solución del suelo, la retención mayor está ligada a los procesos de difusión dentro de la estructura de la illita, siendo insignificante la disminución producida por migración a lo largo del perfil del suelo (movimiento vertical) o por lavado de escorrentía (movimiento horizontal).

El clima es también un factor influyente en el comportamiento del cesio en suelo, tanto la temperatura como las precipitaciones pesan sobre la conducta del radionucleido. En climas alpinos debido al corto periodo de vegetación y a la congelación del suelo (15), la migración vertical es escasa. Islandia cuyo clima oceánico frío hace que el suelo esté inundado o congelado gran parte del año, sigue una pauta similar que impide prácticamente la migración vertical (16). En climas semiáridos, en donde la vegetación es escasa y los suelos tienen mucha piedra, aumenta la movilidad del Cs, aunque el estudio realizado por Baeza (17), en ecosistemas de la dehesa mediterránea, verifica la existencia de distintos coeficientes de transferencia suelo-planta en las distintas estaciones debido a los contrastes de temperatura y humedad relativa, lo que implica distinta migración vertical del ^{137}Cs móvil de suelo según las condiciones climáticas.

La relación entre los depósitos de cesio y la pluviometría está comprobada por distintos autores (16),(18-20) desde el comienzo de estos estudios, viéndose confirmada esta correlación tras el accidente de Chernobyl, donde la mayor parte del cesio se depositó por medio de precipitaciones, estando sometida su dispersión a las condiciones atmosféricas reinantes durante y tras ocurrir el accidente. Isaksson y Erlandsson en 1998 (21) concluyen que la forma de depositarse del ^{137}Cs a pequeña escala está influido por la topografía local y la vegetación mientras que a gran escala depende de la concentración de actividad en la precipitación y de la cantidad de precipitación. Wright en 1999 (22) desarrolla un método para predecir la distribución espacial de los depósitos de ^{137}Cs a partir de datos de deposición de cesio medidos en diferentes periodos, relacionados con datos de precipitación. De nuevo Isaksson en 2000 (23) establece una relación entre medidas de actividad en suelo y deposición calculada con datos de precipitación y concentración de actividad en la precipitación. Hien en 2002 (20) realiza un análisis de regresión múltiple del logaritmo del inventario de ^{137}Cs (valores medidos) frente a características de la localización del muestreo, como latitud y lluvia anual además de otros, mostrando una buena correlación. Sanchez-Cabeza (24) en un estudio realizado en dos cuencas fluviales distintas del noroeste de España verifica que los flujos atmosféricos tanto de ^{210}Pb como de ^{137}Cs están correlacionados con la precipitación. Navas en un estudio sobre distribución de ^{137}Cs según el tamaño de grano realizado en 2006 (25) concluye que la variabilidad espacial está influenciada por la litología, el uso del suelo y las precipitaciones.

I.2.3 Movimiento y distribución del cesio en el suelo.

El movimiento de cesio en el suelo puede ser causado tanto por factores externos: naturales o antropogénicos; como por procesos ocurridos en el interior del suelo, tal como procesos de difusión debido a diferencias de concentración de radionucleidos en el suelo.

En terrenos no alterados son los procesos físico-químicos y la bioturbación los responsables de la migración (26). Los perfiles de ^{137}Cs exhiben generalmente un máximo de concentración (27) cerca de la superficie y una cola de disminución hacia el fondo del perfil. En suelos cultivados el perfil de distribución de ^{137}Cs es el resultado de la mezcla de tierras producida por el arado y los radionucleidos están uniformemente distribuidos por la capa de suelo afectada por la profundidad del arado, resultando un perfil constante.

Movimiento horizontal

El movimiento horizontal del cesio no existe salvo por el arrastre producido por la escorrentía superficial y también está en función de la cantidad de radionucleido en la lámina superior del suelo y su solubilidad (28). Como consecuencia, hipotéticamente, se acumulan en las barreras geoquímicas y en las praderas al pie de las laderas, aunque esto no siempre se cumple.

El principal mecanismo de redistribución de cesio sujeto a arcillas es el transporte físico de partículas de suelo erosionado, estando este mecanismo también influido por el tamaño de las mismas que también variará ya sean los suelos inalterados o cultivados. Spezzano (29) determina que la actividad específica en fracciones de tamaño de partículas inferior a 2 mm es de 3 a 5 veces mayor que en otros tamaños. El estudio realizado por Navas (30) sobre tres localizaciones de Valle del Ebro, concluye que a pesar de las variaciones producidas por distintos tipos de suelo, el uso de la tierra (natural o cultivado) y el clima, el valor medio del inventario de ^{137}Cs es mayor en la fracción de tamaño inferior a 2mm. Da valores entre 88-95% en la fracción inferior a 2 mm, para los tres emplazamientos siendo los inventarios de ^{137}Cs más homogéneos en tierras cultivadas que en no cultivadas, por la mezcla de tierras producida por el arado.

La distribución del ^{137}Cs según el tamaño de grano está relacionada con los procesos de envejecimiento o fijación que sufre el ^{137}Cs . En el estudio realizado por Spezzano (29) en 2005 constató diferencia en la distribución en distintas fracciones de tamaño de partícula, según el ^{137}Cs fuera originado por las pruebas nucleares o por el accidente de Chernobyl. La proporción $^{134}\text{Cs} / ^{137}\text{Cs}$ es menor en la fracción arcilla que en el resto de las fracciones componentes del suelo, lo que indica menos cantidad de ^{134}Cs (originado solo en el accidente de Chernobyl) en la fracción de menor tamaño, por lo que el ^{137}Cs proveniente de Chernobyl y por tanto más joven, está menos retenido en el suelo. Otras fuentes como Unscear2000 (3) y Smith (31), coinciden en la afirmación sobre la mayor movilidad del ^{137}Cs en las primeras fases del depósito en el suelo, hasta ser adsorbido en las FES de arcillas laminares.

Movimiento vertical

La distribución vertical del ^{137}Cs en suelos no perturbados varía según la composición de suelo, tamaño de grano, pH y según condiciones naturales difíciles de reproducir en laboratorio como:

- la bioperturbación o actividad biológica de microorganismos.
- condiciones climatológicas (precipitación, temperatura, evapotranspiración, humedad) que pueden dar lugar a grietas de desecación, suelos congelados, empapados etc.
- redistribución de cationes por toma de la planta a través de las raíces.

Como ya hemos visto en suelos minerales no alterados, el cesio queda retenido por las arcillas constituyentes del suelo, lo que retarda o impide su movimiento, pudiéndose encontrar hasta un 90 % del ^{137}Cs depositado en los primeros 5 cm del suelo. Esto puede verse alterado en suelos agrícolas donde el aporte de iones, como el amonio durante la fertilización, libera algo del cesio fijado y donde el arado distribuye el cesio en los primeros 20 cm del suelo. Decreciendo la actividad por debajo de esta profundidad de igual forma que en el suelo inalterado (18). Arapis y Karandino (28) dan una velocidad de migración en vertical del Cs^{137} en el norte de Grecia entre 0.1 y 0.3 cm/año quedándose después de 10 años en los primeros 5 cm del suelo. Isaksson (23) da un tiempo de permanencia el Cs en los primeros dos cm del suelo de 8 ± 2 años. La velocidad de migración del ^{137}Cs en suelos de Bielorrusia dada por Arapis en 1997 (32) fue de 0.39 ± 1.16 cm/año estando muy influenciada por el tipo de suelo. Coughtrey y Thorne (18) tras un amplio estudio bibliográfico encontraron que el contenido en Cesio en suelos varía entre 0.3 – 25 $\mu\text{g/g}$, dando un valor medio de referencia de 5 $\mu\text{g/g}$.

La capacidad del suelo para movilizar o fijar elementos es generalmente expresada por valores numéricos de coeficiente de distribución, existiendo una correlación entre coeficientes de distribución del cesio y algunos parámetros del suelo como pH, materia orgánica o capacidad de cambio.

La constante de distribución (K_d) muestra la relación existente entre la cantidad de radionucleido fijado por gramo de suelo respecto al que se encuentra disuelto por milímetro de solución en el estado de equilibrio. Reflejando la fracción de partículas de radionucleido disponibles para intercambio con la solución acuosa el suelo. Valores altos de la constante indican que no habría movimiento apreciable del radionucleido en el perfil del suelo. Thibault (33) comparando valores de coeficientes de distribución para el ^{137}Cs encontrados en la bibliografía, observo que estos varían notablemente, por ejemplo en suelos arenosos el rango obtenido en 81 muestras es muy amplio, entre 0.2 y 10000 mL/g, dando una media de 280 mL/g. En suelos arcillosos, donde se tomaron la referencia de 28 muestras el rango variaba entre 37 y 31500 mL/g. Los valores de coeficiente de distribución - K_d - para el ^{137}Cs decrecen con el aumento de pequeñas cantidades de concentración de cesio estable en medios experimentales.

II. Metodología.

Este capítulo está estructurado en tres apartados que son la base para la realización del trabajo posterior.

En el primer apartado se describe, brevemente, el proyecto que da lugar a las medidas de actividad ^{137}Cs utilizadas en el trabajo. Dentro de este apartado se establecen las posiciones de los puntos de medida (coordenadas UTM) y los criterios utilizados en su selección. Se describe el sistema de muestreo, el método de medida y finalmente se recogen en una tabla los valores de actividad de ^{137}Cs obtenidos en Bq/m^2 .

En el segundo apartado se introduce el concepto de Sistema de Información Geográfico (SIG), qué es y su utilidad. Se muestran los datos incluidos en el SIG diseñado para este trabajo.

En el último apartado se hace un resumen teórico de los métodos de interpolación espacial, profundizando más en los métodos utilizados en el presente trabajo.

II.1. Descripción general del proyecto.

II.1.1 Descripción de la zona de estudio.

La zona de estudio es el área peninsular española. Sobre ella se define una malla que la divide y que facilita la elección de puntos de muestreo repartidos uniformemente, sobre las cuales realizar los análisis radiactivos. De entre las distintas maneras que la literatura especializada contempla para definir estas zonas (34-37), se opta por un mallado uniforme del área en celdas de 150x150 km. Esta malla permite una distribución homogénea de los puntos de muestreo sobre la zona de estudio. Cada una de las zonas esta, al menos, representada por un punto. Como resultado se obtienen 30 puntos de muestreo. Adicionalmente, a petición del CSN (Consejo de Seguridad Nuclear) se seleccionan 4 puntos de muestreo en las zonas de influencia de las centrales nucleares españolas operativas.

La selección de los puntos de muestreo dentro de cada celda del mallado se debe hacer de manera que se puedan generalizar los resultados al conjunto de la zona de estudio, para lo que se establecen los siguientes criterios:

- Los muestreos deben realizarse en puntos que puedan considerarse representativos de los suelos existentes en el territorio español de la Península Ibérica,
- Los muestreos deben realizarse en lugares no perturbados por la agricultura o algún otro evento que permita la movilización de las capas superficiales del suelo.
- Los muestreos se realizarán lejos de árboles, edificios y cualquier otro obstáculo, alejados de carreteras y otras fuentes de contaminación y bien drenados.
- Debe conocerse la clasificación edafológica teórica del suelo muestreado y debe ser posible la asignación de un valor pluviométrico al punto.

Para la localización de puntos que cumplan los criterios expuestos se utilizó la siguiente información:

- Base de datos de suelos del informe “Estimación de índices de vulnerabilidad radiológica para los suelos peninsulares españoles” (38) con suelos edafológicamente caracterizados según FAO74 (39).
- Mapa de Suelos de la Comunidad Europea (MSCE) (40) y Mapa de suelos de Suelos de España 1:1000.000 del IGN con clasificación de la Soil Taxonomy. Versión 2003 (41).
- SIGPAG (Sistema de Información Geográfica, dedicado al control de las ayudas agrícolas de la PAC- Política Agraria Común)
- Base de datos de estaciones pluviométricas. Datos facilitadas por la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET). Anexo II-b

Se seleccionan los siguientes puntos de muestreo, pertenecientes a cada cuadrante.

Tabla 4.- Puntos muestreados con su localización en coordenadas UTM.

CUADRANTE	PROVINCIA	MUNICIPIO	COORDENADA X	COORDENADA Y
1	CO	S.VICENTE DEL PINO	551641	4748061
2	LE	TORRESTIO	740593	4770596
3	P	OSORNO	387788	4694589
4	BI	ZAMUDIO	506778	4791857
5	NA	RADA	616074	4685209
6	HU	BIELSA	728384	4724716
7	ZA	VALCABADO	268658	4604174
8	VA	SERRADA	346755	4590856
9	SO	LOS LLAMOSOS	541829	4617813
10	Z	AULA DEI	682190	4623295
11	T	VINEBRE	297182	4561915
12	B	CALDES DE MONTBUI	430051	4610525
13	CC	CASAS DE D. GÓMEZ	705287	4431634
14	SA	SANTA TERESA	279510	4504698
15	M	ALGETE	452587	4500162
16	TE	GEA DE ALBARRACÍN	644314	4479941
17	T	TORTOSA	288277	4521455
18	CC	CÁCERES	744711	4341944
19	BA	CASAS DE D. PEDRO	299149	4331948
20	CR	MEMBRILLA	470744	4298431
21	V	UTIEL	657364	4389958
22	V	CULLERA	732120	4339721
23	BA	BODONAL	713305	4224279
24	CO	POZOBLANCO	334968	4252695
25	J	BAILÉN	432377	4220430
26	MU	LORCA	604372	4177241
28	CA	JEREZ DA FRONTERA	766912	4067472
29	MA	ALHAURÍN DA TORRE	359875	4061446
30	GR	SANTA FE	434891	4113803
4	BU	GAROÑA	483009	4734954
11	T	ASCO	297182	4561915
14	CC	ALMARAZ	270752	4417471
15	GU	TRILLO	529173	4504578
17	T	VANDELLOS	317071	4531980
21	V	COFRENTES	668103	4341159

En la siguiente tabla se presenta el tipo de suelo según la clasificación de la FAO y de la Soil Taxonomy (USDA) correspondiente a cada estación de muestreo. Solo se indica el tipo de suelo según la clasificación de la FAO para los suelos en los que se realiza estudio de perfiles.

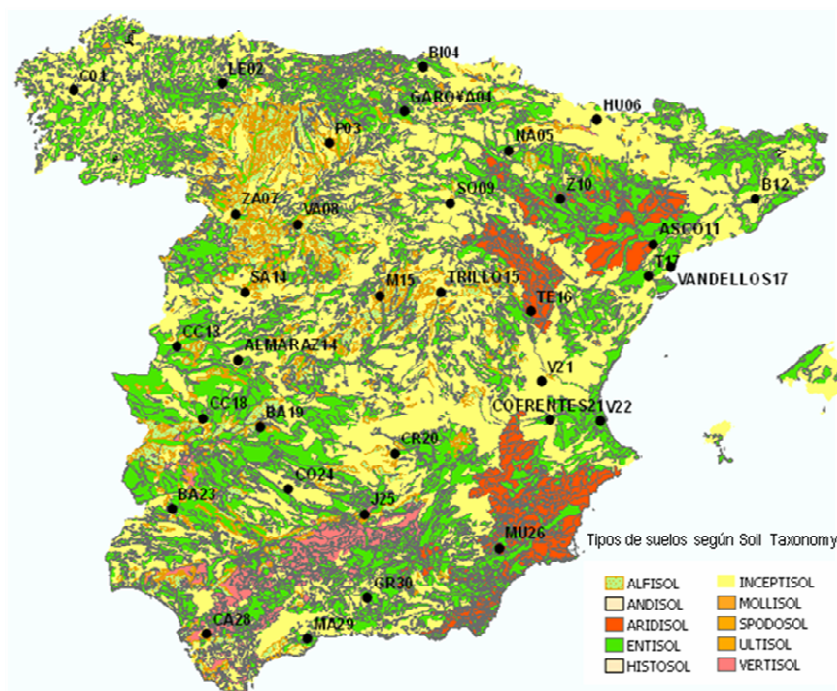
Tabla 5.- Tipos de suelos en los puntos de muestreo elegidos

Cuadrante	Código	Suelo-FAO	Suelo USDA
1	CO01	CAMBISOL HUMICO	INCEPTISOL / UDEPT
2	LE02	CAMBISOL HUMICO	INCEPTISOL / AQUEPT
3	P03		INCEPTISOL / XEREPT
4	BI04	CAMBISOL CALCICO	INCEPTISOL / UDEPT
5	NA05	CAMBISOL CALCICO	ENTISOL / ORTHENT
6	HU06	CAMBISOL EUTRICO	INCEPTISOL / CRYEPT
7	ZA07	CAMBISOL CALCICO	INCEPTISOL / XEREPT
8	VA08	CAMBISOL EUTRICO	ENTISOL / ORTHENT
9	SO09	FLUVISOL EÚTRICO	INCEPTISOL / XEREPT
10	Z10		ENTISOL / FLUVENT
12	B12		INCEPTISOL / XEREPT
13	CC13	LUVISOL CRÓMICO	ENTISOL / ORTHENT
14	SA14		ALFISOL / XERalf
15	M15		ALFISOL / XERalf
16	TE16		ARIDISOL / CAMBID
17	T17		INCEPTISOL / XEREPT
18	CC18		ENTISOL / ORTHENT
19	BA19	CAMBISOL DÍSTRICO	ENTISOL / ORTHENT
20	CR20		ENTISOL / ORTHENT
21	V21	CAMBISOL CALCICO	INCEPTISOL / XEREPT
22	V22		ENTISOL / FLUVENT
23	BA23	CAMBISOL EUTRICO	ENTISOL / ORTHENT
24	CO24		INCEPTISOL / XEREPT
25	J25	LUVISOL CRÓMICO	VERTISOL / XERERT
26	MU26		ENTISOL / FLUVENT
28	CA28	CAMBISOL CALCICO	INCEPTISOL / XEREPT
29	MA29	LUVISOL CRÓMICO	INCEPTISOL / XEREPT
30	GR30		INCEPTISOL / XEREPT
4	GAR04		ENTISOL / ORTHENT
11	ASCO11	CAMBISOL CALCICO	ENTISOL / FLUVENT
14	ALMARAZ14		INCEPTISOL / XEREPT
15	TRILLO15		INCEPTISOL / XEREPT
17	VANDELLOS17		INCEPTISOL / XEREPT
21	COFRENTES21		ENTISOL / FLUVENT

La representatividad de cada tipo de suelo se ha basado en lo que establece el Mapa de Suelos de las Comunidades Europeas, (MSCE) (40), terminología de la FAO de 1974 (39). Esta representatividad varía ligeramente si se utiliza el criterio de clasificación de la Soil Taxonomy, aunque esta diferencia no es significativa. En el momento actual conviven dos grandes metodologías (42) en constante revisión: Soil Taxonomy (USDA) y la leyenda del mapa mundial de suelos FAO-UNESCO. Los elementos comunes a

ambas clasificaciones son la importancia que se les da a las herramientas de diagnóstico y el carácter sensiblemente dicotómico de su estructura, sin embargo en el detalle, ni la base de diagnóstico ni la estructura son iguales y por tanto son difícilmente comparables.

Tipo de suelo (1)	% Península Ibérica	% Puntos muestreados
Entisol	42	38
Inceptisol	36.5	50
Alfisol	12.3	6
Aridisol	6	3
Vertisol	3.2	3
Tipo de suelo (2)	% Península Ibérica	% Puntos muestreados
Cambisol cálcico	39.91	37.5
Cambisol eutríco	12.33	18.75
Cambisol húmico	10.19	12.6
Fluvisol eutríco	5.76	6.25
Cambisol dístico	4.41	6.25
Luvisol rodocrómico	1.89	18.75



II.1.2. Sistema de muestreo.

El objetivo básico del muestreo es la obtención *in situ* de muestras de suelos en profundidad de al menos 1m, de tal forma que se pueda garantizar su extracción “no perturbada”, esto es, en la que se respeten los horizontes que configuran el perfil del suelo de que se trate, y la recuperación de toda la historia deposicional del ^{137}Cs . El muestreo se realiza mediante la utilización de una sonda por impacto (fig. 6), que al utilizar un cilindro de PVC transparente como contenedor de la muestra, permite ver los horizontes del tipo de suelo inmediatamente tras su extracción. Además, dispone de una embocadura especial para evitar las pérdidas en suelos arenosos. El sistema va instalado sobre una oruga que posibilita alcanzar zonas escarpadas y de difícil acceso con equipos mayores.



Figura 6.- Sonda utilizada en el momento de extracción de la muestra.

Para cada estación de muestreo se eligen dos subpuntos de muestreo distantes entre sí unos 30 cm, a los que se denomina A y B (Fig.7). Utilizando un cilindro de 6 cm de diámetro interior y 60 cm de longitud, en cada subpunto se realizan dos extracciones sucesivas de modo que se alcanzan los 120 cm sin discontinuidades. La toma de muestras en dos subpuntos por cada estación permite disponer de cantidad de muestra necesaria para la realización de análisis y aumentar su representatividad.

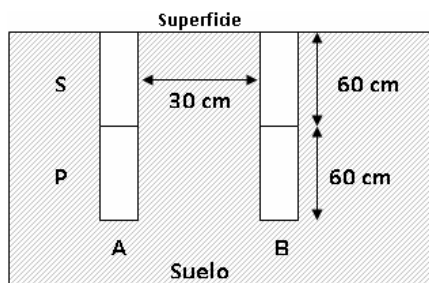


Figura 7.- Diseño de la extracción en cada punto de muestreo

Cada muestra estará formada por las secciones de igual profundidad (Fig. 8) de los dos subpuntos, debidamente mezcladas y homogeneizadas



Figura 8.- Aspecto de los cuatro cilindros obtenidos en una estación.

Se procede a realizar el aglutinamiento de las muestras que presenten una alta probabilidad de disgregación, permitiendo que se humedezcan sobre un lecho de agua destilada que penetra en la muestra a través de un filtro de tela de trama fina. Después del aglutinamiento, los cilindros se introducen en un congelador. Para la determinación del inventario basta con mezclar las submuestras y homogeneizarlas correctamente. Posteriormente se toma una alícuota para realizar sobre ella las determinaciones. Sin embargo este proceso puede llevar a un exceso de dilución del radionucleido en la muestra, por lo que, para evitar que la concentración de actividad se encuentre por debajo del Límite de Detección del procedimiento de medida, las muestras se seccionan a 30, 20 y 10 cm, de manera que la concentración presente de radionucleido en la sección a estudio no se diluya en la cantidad de masa presente. Las secciones resultantes del corte se secan a temperatura suave y tamizan para extraer de ellas la fracción menor de dos milímetros. A continuación, se molturan y se vuelven a tamizar, de manera que el producto final es un polvo fino de tamaño inferior a 0.5 mm. Se mezclan y homogenizan las secciones correspondientes de los dos cilindros, de manera que se obtiene una única porción representativa de la muestra para cada profundidad.

II.1.3. Determinación de la actividad de Cs-137 por espectrometría gamma.

Una vez que han sido preparadas las muestras en forma de polvo tamizado, de 0.5mm se miden por espectrometría gamma para determinar la actividad de ^{137}Cs . La medida se efectúa en contenedores de geometría cilíndrica de 7.3 cm de diámetro y 2.6 cm de altura. Las medidas se realizaron entre el Ciemat y el Departamento de Energía Nuclear y Mecánica de Fluidos de la Universidad del País Vasco. El procedimiento seguido para realizar las medidas es situar el contenedor en contacto con un detector de Ge Hiperpuro de eficiencia relativa superior al 100 % y resolución menor que 2.1 keV para el pico de 1330 keV del Co-60. Tiempo de medida: 24 horas. El análisis de los espectros se ha realizado utilizando software comercial Genie 2000 (Canberra). Las actividades se han corregido por desintegración a la fecha 1 de enero de 2006. El cálculo de los límites de detección y las incertidumbres viene descrito en el informe Técnico del Ciemat 1147(43). Se consideraron todas las contribuciones de incertidumbre de análisis, estimándose un 5% para la contribución de incertidumbre debida al muestreo, corte y preparación de las muestras. Estas condiciones de medida han permitido alcanzar límites de detección inferiores a 0.5 Bq/kg (peso seco), que era el límite de detección que se había establecido como criterio previo para que los resultados obtenidos en ambos laboratorios (UPV/EHU y CIEMAT) fueran comparables. La calidad y comparabilidad de las determinaciones de ^{137}Cs realizadas por espectrometría gamma, se ha llevado a cabo mediante el intercambio de muestras para su medida en ambos laboratorios. El resultado muestra que la diferencia entre los valores medidos por ambos laboratorios es inferior al 10%, indicando que ambos laboratorios miden de forma comparable la concentración de actividad de ^{137}Cs , lo cual implica la correcta realización de los patrones de calibración y la adecuación de los procedimientos de medida y obtención de resultados.

II.1.4 Resultados de actividad de Cs137.

El inventario de ^{137}Cs es la actividad total depositada de cada radionucleido a lo largo del tiempo, por unidad de superficie. Para calcularlo se multiplica la concentración de actividad obtenida en cada sección por la masa de suelo de esa sección, obteniéndose así la actividad en cada sección. La suma de las actividades de las secciones que constituyen la columna de suelo, dividida por la superficie de muestreo (56.5 cm²) proporciona la actividad total depositada por unidad de superficie expresada en Bq/m².

En la tabla 7 se presentan los resultados del inventario de actividad de Cs-137 junto con la incertidumbre de los resultados para k=2. El factor de cobertura (k) es un factor numérico utilizado como multiplicador de la desviación típica de medida para obtener una incertidumbre expandida de medición (intervalo en torno al valor medido en el que se espera quede incluido el 95% de la distribución de probabilidad).

Tabla 7.-Resultados del inventario de actividad de Cs-137

Actividad ¹³⁷ Cs					
Punto	Bq/m ²	k=2 Bq/m ²)	Punto	Bq/m ²	k=2 (Bq/m ²)
C 01	2163,1	53,6	CC 18	2456,8	147,5
LE 02	2770,5	64,0	BA 19	1556,7	52,7
P 03	1473,1	111,3	CR 20	1415,4	123,2
BI 04	2618,6	84,5	V 21	1157,2	32,2
NA 05	947,3	38,4	V 22	619,3	86,0
HU06	6073,9	138,0	BA 23	1108,3	38,3
ZA 07	1538,5	53,0	CO 24	1462,2	123,6
VA 08	1097,4	55,9	J 25	2152,5	43,6
SO 09	1112,6	40,4	MU 26	1971,9	172,2
Z 10	2625,8	165,3	CA 28	2669,0	85,8
T11	1150,7	35,7	MA 29	933,5	17,8
B 12	2434,0	138,5	GR 30	657,2	54,0
CC 13	2652,7	78,7	Garofía 04	622,6	67,0
SA 14	816,5	62,8	Almaraz 14	820,6	113,4
M 15	1119,6	165,7	Trillo 15	1551,9	107,1
TE 16	251,3	38,3	Vandellos 17	978,9	61,1
T 17	1034,5	67,5	Cofrentes 21	4219,1	232,4

El valor medio obtenido para el inventario es de 1699 Bq/m². Las medidas oscilan en un intervalo entre valor mínimo 251 y valor máximo 6074.

II.2. Sistema de Información Geográfico (SIG/GIS).

II.2.1 Descripción.

Definir qué es un Sistema de Información Geográfico, a juzgar por la gran variedad de definiciones existentes en la bibliografía, no es una tarea sencilla. De manera general y en relación con las funciones que desarrolla se puede decir que un SIG no es simplemente un sistema informático generador de mapas, aunque pueda hacerlos, ni almacena mapas en un sentido convencional, sino que almacena los datos, a partir de los cuales se pueden crear. Por tanto, más bien diremos, que es una herramienta de análisis. Un SIG también puede definirse, en relación al producto final obtenido, como un modelo de una parte de la realidad, referido a un sistema de coordenadas terrestre y construido para satisfacer unas necesidades concretas de información. De forma más concreta se puede decir que un SIG es un sistema, de hardware y software, para la captura, organización, análisis y vista de datos, con información geográfica asociada.

La información con la que se quiere construir el SIG se almacena en distintas capas temáticas (coberturas o categorías) que contienen entidades u objetos con atributos similares y que se vinculan mediante la geografía. Cada objeto posee atributos gráficos y alfanuméricos. Los atributos gráficos son las representaciones de los objetos del mundo real, asociados con su ubicación. Estas representaciones se hacen mediante puntos, líneas y áreas, y se guardan en archivos manejados por el software del SIG. Los atributos alfanuméricos corresponden con las descripciones, cualificaciones o características de los objetos del mundo real y se almacenan en tablas y bases de datos.

Un SIG funciona como una base de datos con información geográfica asociada. Cada objeto posee un identificador, común a los atributos gráficos y alfanuméricos que lo definen, de esta forma señalando un objeto se conocen sus atributos e inversamente, preguntando por un registro de la base de datos se puede conocer su localización en la cartografía (44)(45). La relación espacial entre objetos se establece mediante la topología. Esto permite representar los objetos del mundo real en términos de posición, atributos y de sus interrelaciones espaciales, con el objeto de analizar estos datos. Es por tanto, una herramienta valiosa tanto para la visualización de los datos, como para toma de decisiones, incluidas las referentes a la mejora del propio modelo.

El Sistema de Información Geográfica utilizado en este proyecto es el SIG de la empresa Esri: ArcGis. Todos los productos de ArcGis (ArcView, ArcEditor y ArcInfo) comparten las aplicaciones ArcMap, ArcCatalog, caja de herramientas y línea de comandos. ArcMap es la aplicación central de ArcGis desktop. Facilita la consulta, el análisis y la presentación. Como se puede ver en la fig.9 tiene dos zonas: la tabla de contenidos a la izquierda y el visor de datos e imágenes a la derecha.

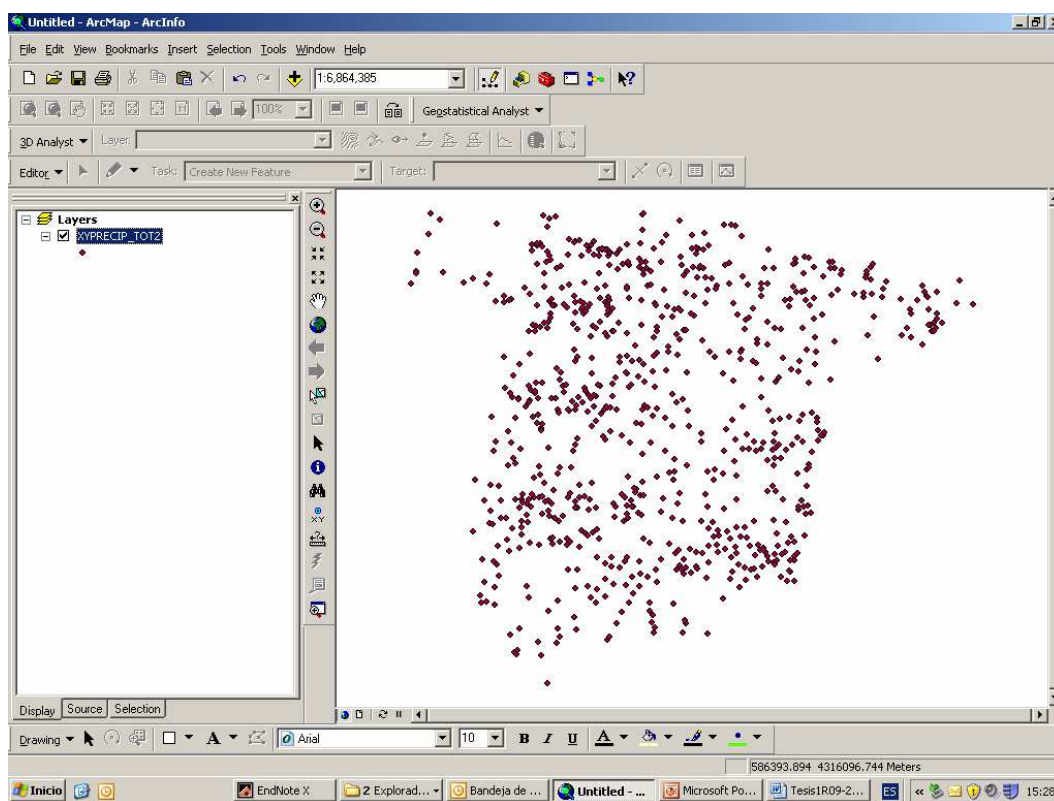


Figura 9.- Vista de ArcMap.

Para ser útil un SIG debe ser capaz de realizar las siguientes funciones:

Captura de datos: Proporciona métodos para introducir información procedente de distintas fuentes

- Información espacial: datos de posición mediante imagen satélite, foto aérea, datos con sistema de posicionamiento por satélite (GPS), etc.
- Información no espacial: Atributos mediante bases de datos o tablas, y
- Relaciones topológicas (necesarios para datos vectoriales).

Almacenamiento de datos geográficos: Es imposible representar toda la realidad en un ordenador. Los usuarios de SIG deben abstraer de algún modo los fenómenos del mundo real o entidades en una representación geométrica. Dependiendo de si los datos a introducir en el SIG son continuos, como altitud o temperatura, o discretos, como una carretera o un edificio, hay dos formatos de datos básicos: Raster y vectorial. Los formatos vectoriales, para datos discretos, utilizan puntos, líneas y polígonos para representar las entidades de un modo muy similar a los mapas en un sistema de coordenadas cartesiano. Los formatos raster, para datos continuos, utilizan una red de celdas cuadradas para moldear la realidad, asignando unos valores a las celdas que cubren las localizaciones de las coordenadas. El SIG utilizado en este trabajo utiliza los dos formatos.

Consulta de datos: Tiene las utilidades necesarias para hallar entidades específicas basadas en el valor del atributo o en la localización. Con el cruce de distintas capas se consigue una consulta básica.

Análisis de datos: Solucionar preguntas referentes a la interacción de relaciones espaciales entre conjuntos de múltiples datos.

Presentación de datos: Dispone de herramientas para visualizar las entidades geográficas mediante simbología diversa.

Resultados: Presentará los resultados en distintos formatos, como mapas, informes, gráficos.

Un SIG representa entidades del mundo real, por lo que será necesario referenciar los datos describiendo la localización exacta en la superficie terrestre. Esto es la georreferenciación y se consigue utilizando un sistema de coordenadas. Tradicionalmente se han usado las coordenadas geográficas con longitud y latitud (meridianos y paralelos) para la localización de un punto cualquiera en la superficie terrestre. Esto es el Sistema Geográfico Coordinado también conocido como Sistema de Referencia Global donde longitud y latitud se miden tradicionalmente en grados, minutos y segundos. Para proyectar los datos geográficos a un sistema de coordenadas plano, dado que la forma de la tierra no es una esfera exacta, sino que esta achatada por los polos, la forma más parecida es un elipsoide. Al elipsoide irregular que forma la superficie terrestre se le llama Geoide. Al definir el elipsoide utilizado como superficie de referencia mediante su forma, tamaño, posición y orientación se tiene un Datum Geodésico. Existen varios datum geodésicos pero uno de los más comúnmente usados, ya que se tiende a un posicionamiento común, es WGS84 (World Geodetic System) que utiliza un elipsoide de igual nombre diseñado para el GPS y es adecuado para la localización de puntos a nivel global. La proyección de la superficie del elipsoide sobre un cilindro, cono o plano tangente da como resultado una representación plana de la superficie terrestre, o sea un mapa. Existen distintos métodos de proyección. Por las características de este trabajo se considera adecuada un tipo de proyección cilíndrica, muy útil, llamada UTM (Universal Transverse Mercator) o conforme de Gauss. Consiste en utilizar un cilindro tangente a un meridiano a lo largo del cual la escala se mantiene constante. En cada proyección, solo el meridiano en cuestión y el ecuador aparecen como rectas (perpendiculares entre sí) no siéndolo los demás paralelos y meridianos. El sistema UTM utiliza distintos cilindros de proyección, cada zona UTM o huso (6°) emplea un cilindro distinto. Existen 60 zonas UTM, que se extienden desde el paralelo 84° N hasta el 80° S. España se encuentra comprendida entre la zona 28 (Canarias), 29 (Galicia y parte occidental de España frontera con Portugal), 30 (centro de España) y 31 (este de la península y Baleares). En sentido vertical se divide la superficie en bandas de 8° de latitud, de lo que resulta la existencia de 20 zonas, 10 en el hemisferio norte y otras 10 en el sur. Las filas o bandas verticales se reconocen por letras mayúsculas desde la C a la X.

Los puntos de muestreo utilizados en este trabajo se sitúan entre los husos 29, 30 y 31 y las bandas S y T. Se proyectan sobre un mapa de la península ibérica (Fig. 11) utilizando sus coordenadas UTM (tabla 4).

II.2.2 Inclusión de datos en el SIG.

- Actividad de ^{137}Cs

Los datos de actividad de ^{137}Cs obtenidos en el proyecto se implementan en el Sistema de Información Geográfica junto con otros de carácter geográfico, que veremos a continuación. Para conseguir visualizar los puntos, en los que se realizan las medidas, colocados sobre un mapa peninsular es necesario elaborar una tabla de atributos como la representada en la fig.10. Esta tabla, contiene la información necesaria de cada estación: indicador (FID), tipo (Shape), nombre de la estación (código), coordenadas UTM, provincia, inventario del radioelemento (Bq/m^2), precipitación media anual (L/m^2). A partir de la tabla se elabora una cobertura (capa) con los estaciones de muestreo que permite la visualización de los datos como se refleja en la fig.11. La superposición de distintos tipos de datos facilita el conocimiento de las distintas características de la zona de estudio.

FID	Shape	HI	CODIGO	COORDX	COORDY	PROV	PMA_L_M2	vinculos	L_infinal
0	Point	11	ASCO11	297182	4561915	Tarragona	370	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\T11.xls	1150.7
1	Point	12	B12	430051	4610525	Barcelona	670		2434.04
2	Point	17	T17	288277	4521455	Tarragona	578		1034.54
3	Point	30	VANDELLOS1	317071	4531980	Tarragona	578		978.91
4	Point	1	CO1	551641	4748061	La Coruña	1990	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\CO1.xls	2163.14
5	Point	2	LE02	740593	4770596	Leon	1075	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\LE02.xls	2770.49
6	Point	13	CC13	705287	4431634	Caceres	687	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\CC13.xls	2652.75
7	Point	18	CC18	744711	4341944	Caceres	664	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\CC18\500.jpg	2456.77
8	Point	23	BA23	713305	4224279	Badajoz	768	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\BA23.xls	1108.29
9	Point	27	CA28	766912	4067472	Cadiz	630	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\CA28.xls	2669.03
10	Point	3	PO3	387788	4694589	Palencia	517		1473.09
11	Point	4	BI04	506778	4791857	Bilbao	1295	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\BI04.xls	2618.56
12	Point	5	NA05	616074	4685209	Navarra	442	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\NA05.xls	947.33
13	Point	6	HU06	728384	4724716	Huesca	1470	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\HU06.xls	6073.91
14	Point	7	ZA07	268658	4604174	Zamora	412	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\ZA07.xls	1538.49
15	Point	8	VA08	346755	4590856	Valladolid	458	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\VA08.xls	1097.4
16	Point	9	SO09	541829	4617813	Soria	548	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\SO09.xls	1112.65
17	Point	10	Z10	682190	4623295	Zaragoza	390		2625.83
18	Point	14	SA14	279510	4504698	Salamanca	598	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\SA14\SA14.doc	816.55
19	Point	15	MI15	452587	4500162	Madrid	467	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\MI15\MI15.jpg	1119.61
20	Point	16	TE16	644314	4479941	Teruel	378		251.34
21	Point	19	BA19	299149	4331948	Badajoz	613	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\BA19.xls	1556.68
22	Point	20	CR20	470744	4298431	Ciudad Real	483	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\CR20\CR20.doc	1415.39
23	Point	21	V21	657364	4389958	Valencia	400	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\V21.xls	1157.22
24	Point	22	V22	339721	4339721	Valencia	546	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\V22\PANOR 1.jpg	619.31
25	Point	24	CO24	334968	4252695	Cordoba	493	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\CO24\534.jpg	1462.19
26	Point	25	J25	432377	4220430	Jaen	589	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\J25.xls	2152.53
27	Point	26	MU26	604372	4177241	Murcia	277	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\MU26\PANOR 1.jpg	1971.87
28	Point	28	MA29	359875	4061446	Malaga	587	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\MA29.xls	933.52
29	Point	29	GR30	434891	4113803	Granada	400	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\GR30\PANOR 2.jpg	657.21
30	Point	31	GARO#A04	483009	4734954	Burgos	1295		622.61
31	Point	32	TRILLO15	529173	4504578	Guadalajara	467	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\Trillo 15\017.jpg	1551.91
32	Point	33	ALMARAZ14	270752	4417471	Salamanca	598	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\Almaraz14\Doc1.doc	820.61
33	Point	34	COFRENTES21	668103	4341159	Valencia	400	M:\proyecto suelos\Arc-GIS\Actividad\cofrentes\PANOR 2.jpg	4219.14

Figura 10.- Datos en el GIS.

En esta tabla además de los datos visibles se ha vinculado cada estación de muestreo con la información relativa al inventario o al perfil de actividad del punto. El vínculo conduce a una hoja de cálculo (Excel) para los puntos en los que se ha realizado el perfil de concentración de ^{137}Cs en Bq/kg en función de la profundidad y/o a un documento Word, en los puntos de muestreo para los que solo se realizó inventario, con fotos del lugar exacto de toma de muestra y la ficha de toma de muestras. La representación gráfica de la cobertura con las estaciones de muestreo se ve en la figura 11.



Figura 11.- Localización de las estaciones de muestreo en el SIG utilizado.

- *Precipitación*

Los datos de pluviometría se obtuvieron del Instituto Nacional de Meteorología. Se procesaron 263.735 registros, con datos de cantidad de precipitación mensual de 778 estaciones meteorológicas durante el período 1950-2003. Los registros recibidos se procesaron en hojas Excel, de manera que cada una de ellas contenía datos mensuales de precipitación para una secuencia temporal de 30-50 años de entre 15 y 20 estaciones meteorológicas. Se revisó la integridad de los datos y se determinó primero el promedio anual para cada estación, para finalmente obtener la precipitación media para cada una de las 778 estaciones meteorológicas para el periodo comprendido entre 1950 y 1980, por ser este el periodo de máximo *fallout*. Con este dato de precipitación media anual (PMA) y la localización de las 778 estaciones pluviométricas en función de sus coordenadas UTM, se realiza una cobertura para las estaciones meteorológicas y su tabla de atributos. Esta tabla tiene un formato similar al reflejado en la figura 10, los datos quedan recogidos en el anexo II-b. Mediante esta cobertura podemos visualizar las estaciones pluviométricas, sobre la superficie de la península Ibérica como aparece en la figura 12.

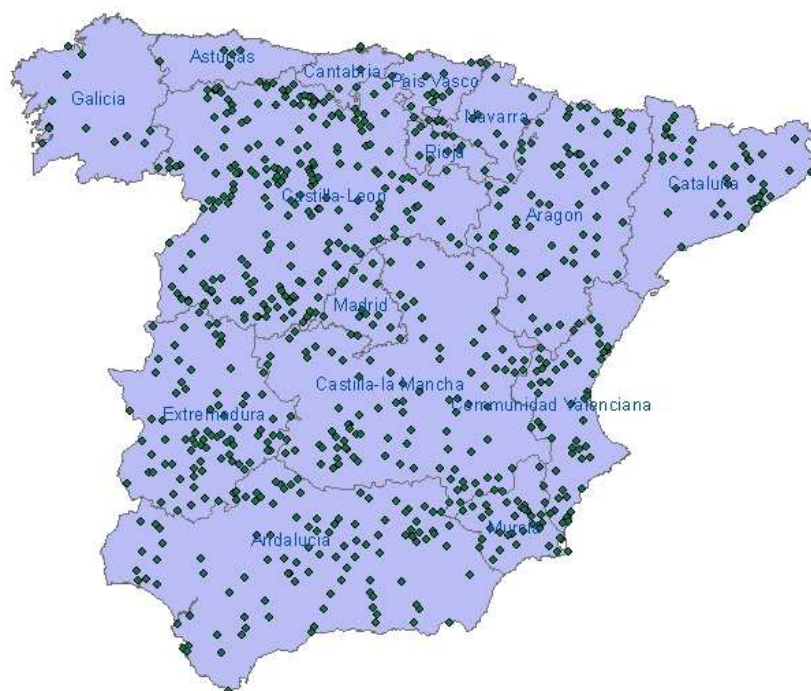


Figura 12.- Localización de las estaciones meteorológicas en el SIG utilizado.

Además de los datos asociados a cada punto de muestreo y de los datos meteorológicos, se solicitó al Instituto Geográfico Nacional (IGN) información digital para establecerla como base cartográfica del proyecto en el SIG, obteniendo así, desde la subdirección de Aplicaciones Geográficas la siguiente información:

- Mapa edafológico de España a escala 1:1.000.000 (información sobre tipos de suelo según Soil Taxonomy. USDA) Fig.13 y 14.
- BCN 200. Base Cartográfica Numérica 1:200.000 (información sobre cursos de agua, humedales, accidentes geográficos, aeropuertos, carreteras, vías y estaciones de tren, límites administrativos, núcleos de población,...etc.) Fig.14.
- SPOT. Fotografía aérea del año 2005. Fig.15.

Esta información dentro del SIG se distribuye en capas. Se puede visualizar más de una capa a la vez, pero dependiendo del zoom aplicado esto puede no ser conveniente. A escalas grandes si se activan varias capas temáticas simultáneamente, se produce un exceso de información que puede dar lugar a una imagen poco clara del objetivo.

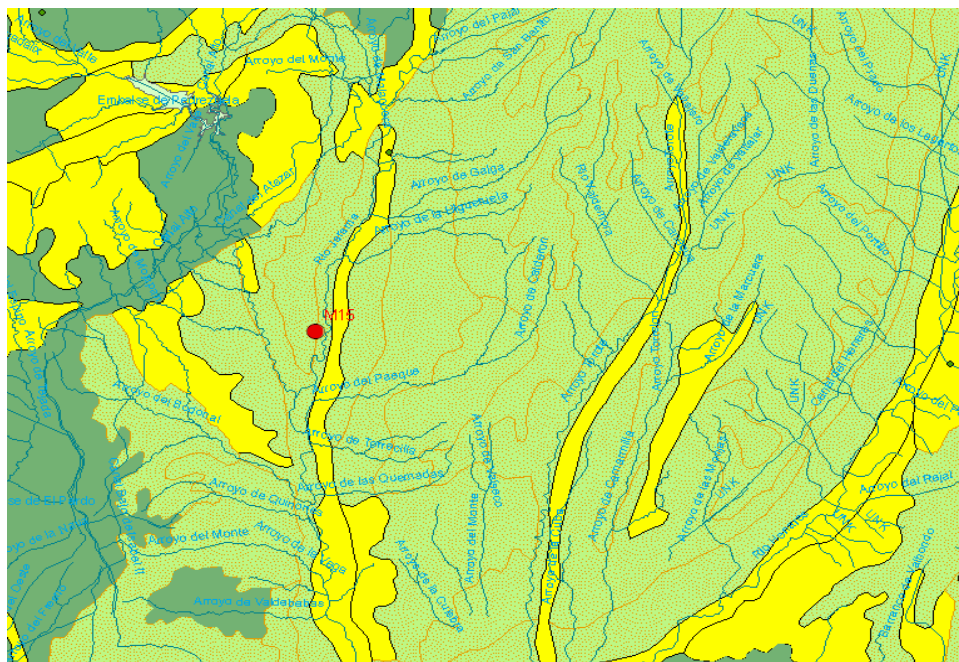


Figura 13.- Mapa Edafológico. Escala 1:200.000.

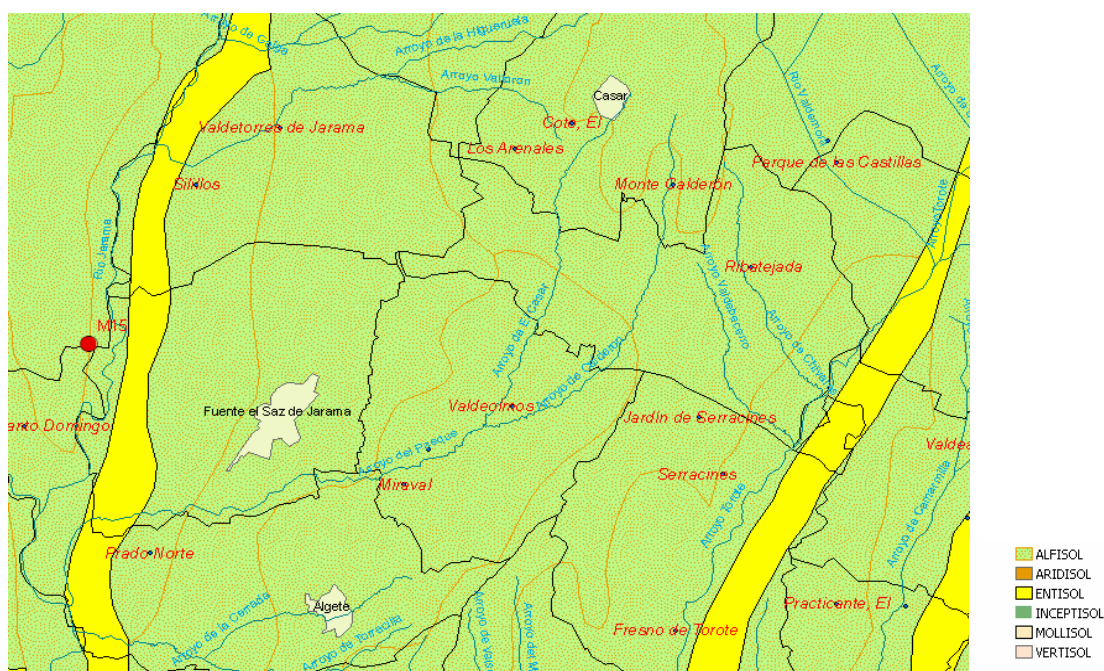


Figura 14.- Mapa Edafológico y BCN 200. Escala 1:100.000.

En las figuras 13 y 14 podemos ver los tipos de suelo en las inmediaciones del punto de muestreo M15, situado en la provincia de Madrid. En el segundo caso al disminuir la escala aumenta el detalle, entrando también en la imagen la capa BCN200, por lo que se aprecia la división de términos municipales y municipios. Si a la misma escala se superpone la cobertura de fotografía aérea el resultado será una imagen como la reflejada en la figura 15.

II.3. Métodos de Interpolación Espacial.

La necesidad de datos espaciales continuos para el estudio de algunos atributos medioambientales, es bien conocida, sin embargo los datos medioambientales recogidos en campo provienen de fuentes puntuales, de ahí la necesidad de utilizar métodos de interpolación para crear superficies continuas de datos. Los métodos utilizados pueden ser geoestadísticos o tradicionales.

El número de técnicas puede ser muy variado, Li and Heap (46) enumera 42 técnicas distintas. Una clasificación general para los modelos de predicción espacial la encontramos en Hengl (47):

- Modelos deterministas

1. Poligonos de Thiessen
2. IDW (inverse distance interpolation)
3. Mínimos cuadrados ordinarios
4. Vecindario natural
5. Splines

- Modelos estadísticos (estocásticos)

1. Kriging
2. Modelos Bayesianos
3. Cokriging

- Modelos basados en el criterio de experto. Estos modelos pueden ser completamente subjetivos e irreproducibles o basados en los datos. Las predicciones son distintas cada vez que se ejecuta el modelo. En este apartado también podrían incluirse los modelos Bayesianos, clasificados a la vez como modelos estadísticos.

Otros autores realizan la clasificación en *métodos no geoestadísticos*, que equivaldrían a los modelos deterministas de la clasificación anterior, y *métodos geoestadísticos univariable* (kriging simple, ordinario) y *multivariable* (kriging universal, cokriging). De cualquier manera es difícil seleccionar, a priori, un método adecuado de interpolación espacial para un determinado conjunto de datos, pues depende en cada caso del conjunto de datos disponibles.

Como resultado del análisis bibliográfico realizado para este trabajo se concluye que la geoestadística es una técnica imprescindible para analizar patrones de distribución espacial y elaborar modelos de predicción (48-54). Por lo que en este trabajo se aplican técnicas geoestadísticas sobre el conjunto de datos obtenidos en el estudio. Inicialmente se hace una introducción teórica.

II.3.1. Modelos geoestadísticos.

Los datos espaciales se caracterizan por su dependencia de las localizaciones geográficas en las que han sido registrados, por lo que es necesario considerar modelos que incorporen dependencia espacial y la metodología apropiada para su tratamiento. Las técnicas estadísticas que analizan datos espaciales con distribución continua se engloban dentro de la disciplina conocida como Geoestadística. Goovaerts (55) define la geoestadística como el conjunto de técnicas estadísticas especializadas en el análisis e interpretación de datos con referencia geográfica, la innovación es que permite obtener no solo una estimación, sino también una medida de incertidumbre.

El fin de la geoestadística es la caracterización de un fenómeno natural. Esta caracterización da lugar a distintas aplicaciones, siendo una de ellas la que nos interesa en este trabajo: la estimación de valores no medidos. Se pueden utilizar distintos métodos de interpolación para estimar valores en localizaciones no medidas, a partir de valores medidos en localizaciones próximas y a partir de ellos crear mapas geoestadísticos de variables medioambientales. La suposición que hace que la interpolación sea una opción viable es la existencia de una correlación espacial entre los puntos en los que se han realizado medidas. La autocorrelación se refleja en el hecho de que los valores de la variable, para dos localizaciones distintas (x_i , x_j), son estocásticamente dependientes. El semivariograma y la covarianza cuantifican esta dependencia espacial, como se verá más adelante.

Muchos fenómenos presentes en la naturaleza presentan un comportamiento que se puede entender como suma de dos componentes: una componente estructurada/determinista que explica la tendencia de la medida y otra componente aparentemente errática o aleatoria que es la que impide predecir con exactitud el valor estimado de la variable. Un término utilizado en geoestadística es el de variable regionalizada definida como una variable distribuida en el espacio de forma que presenta una estructura espacial de correlación. Además del aspecto estructurado que refleja la variación global del fenómeno, las variables regionalizadas también presentan un aspecto aleatorio asociado con las variaciones impredecibles de la variable. Por ello, las variables regionalizadas precisan de una formulación que recoja estos dos aspectos y proporcione una representación simple de la variabilidad espacial. Dicha formulación es la interpretación probabilística de la variable regionalizada basada en la teoría de las funciones aleatorias. La geoestadística considera las variables medioambientales como funciones aleatorias, entendiendo por función aleatoria, una variable aleatoria, $Z(x)$, definida en todos los puntos del espacio y donde cada observación se puede concebir como suma de una parte estructurada más otra aleatoria. De la misma manera que al hacer una observación de una variable aleatoria obtenemos un valor numérico, al realizar una observación de una función aleatoria obtenemos una función que coincide con lo definido como variable regional. La interpretación probabilística de la variable regionalizada es necesaria para inferir la función de distribución de $Z(x)$, pero al igual que no es posible inferir la función de distribución de una variable aleatoria a partir de una sola observación, tampoco podemos inferir la función de distribución

de una variable regionalizada a partir de una única observación. Para hacer posible esta inferencia es imprescindible introducir alguna hipótesis adicional acerca de $Z(x)$, como suponer que la función aleatoria es estacionaria, entendido como homogeneidad espacial. A continuación se resumen las condiciones de estacionariedad de una función aleatoria

II.3.1.1 *Función estrictamente estacionaria, estacionaria de segundo orden e intrínsecamente estacionaria.*

Una función aleatoria es **estrictamente estacionaria** si su función de distribución es invariante respecto a cualquier traslación del vector h (48). Esta condición es muy restrictiva pero afortunadamente muchos métodos estadísticos, para análisis de datos espaciales, se satisfacen con condiciones de estacionariedad basados en los dos primeros momentos de la función aleatoria. Así la **estacionariedad de segundo orden** implica que la media de una variable aleatoria de segundo orden es constante y que la función de covarianza del atributo en distintas localizaciones es solo función de su separación h .- retardo (lag).

$$E[Z(x)] = m \quad \text{existe y no depende de } x \quad (1)$$

$$Cov[Z(x), Z(x+h)] = E[\{Z(x) - \mu(x)\} \{Z(x+h) - \mu(x+h)\}] = Cov(h) \quad (2)$$

O expresado en términos de semivarianza (momento de 2º orden)

$$\gamma(x, x+h) = \frac{1}{2} E[\{Z(x) - Z(x+h)\}^2] \quad (3)$$

Existen funciones con una gran capacidad de variación, para ellas no están definidas la varianza ni la covarianza, la función no es estacionaria de segundo orden. Se define como **función intrínsecamente estacionaria** aquella cuyos incrementos tienen esperanza matemática y varianza finita e independientes de x para todo h .

$$E[Z(x) - Z(x+h)] = m(h) \quad (4)$$

$$Var[Z(x) - Z(x+h)] = g(h) \quad (5)$$

Cuando una función aleatoria presenta deriva, su esperanza matemática depende de x , si además sus incrementos de primer orden tampoco son constantes, se puede definir una **Función aleatorio no intrínseca** como suma de una componente determinista más un residuo estacionario con media nula y semivariograma dependiente de x . Una vez descritas las diferentes hipótesis de estacionariedad se desarrollan las ecuaciones Kriging para cada una de ellas. Pero previamente a este desarrollo se tratará el tema de la variabilidad espacial.

II.3.1.2 *Variabilidad espacial.*

Un modelo estadístico es la representación matemática de una relación entre variables. Intenta representar los mecanismos que en la naturaleza han dado lugar a los datos. Así, un modelo estadístico general para una función aleatoria $Z(x)$ satisface la siguiente descomposición:

$$Z(x) = \mu(x) + \varepsilon(x) \quad (6)$$

Donde $\mu(x)$ es la componente estructurada que describe la media o la tendencia a gran escala y $\varepsilon(x)$ es la componente estocástica que describe la variabilidad. Como se ha visto en el apartado anterior tanto la hipótesis de estacionaridad de segundo orden como intrínsecamente estacionaria requieren media constante, pero es habitual encontrar procesos en los que existen variaciones de la media a gran escala, por lo que hay que considerar que la hipótesis de estacionaridad aplica al término estocástico del modelo y no a la componente estructurada o tendencia.

Para estimar la estructura de la media se considera $\mu(x)$ como una combinación lineal de funciones de las coordenadas espaciales conocidas de las medidas $f_0(s), \dots, f_{k-1}(s)$ y parámetros fijos pero desconocidos $\beta_0, \dots, \beta_{k-1}$. Las superficies de tendencia usualmente utilizadas son (56, 57):

- Constante: β_0
- Lineal: $\beta_0 + \beta_1x + \beta_2y$
- Cuadrática: $\beta_0 + \beta_1x + \beta_2y + \beta_3x^2 + \beta_4xy + \beta_5y^2$ (7)

Los parámetros y las funciones se estiman mediante mínimos cuadrados o regresión múltiple dentro del modelo lineal general.

El componente estocástico correlacionado espacialmente puede estar formado por más de un término, (58), como refleja la siguiente ecuación: $Z(x) = \mu(x) + W(x) + \eta(x) + e(x)$ Donde $W(x)$ es un término de variación suave de un proceso estacionario cuya estructura de autocorrelación se puede estimar de los datos, $\eta(x)$ son variaciones a micro escala, también es un proceso estacionario pero su estructura no puede ser estimada de los datos y $e(x)$ representa el ruido blanco o medidas de error no correlacionadas. Algunos autores como (56) agrupan los términos de error: $Z(x) = \mu(x) + \varepsilon(x)$. De forma que $\varepsilon(s) = \eta(s) + e(s)$ es el componente estocástico de un proceso estacionario de media cero, de forma que el modelo se enfoca sobre el valor de la media pero cuenta con la estructura de autocorrelación.

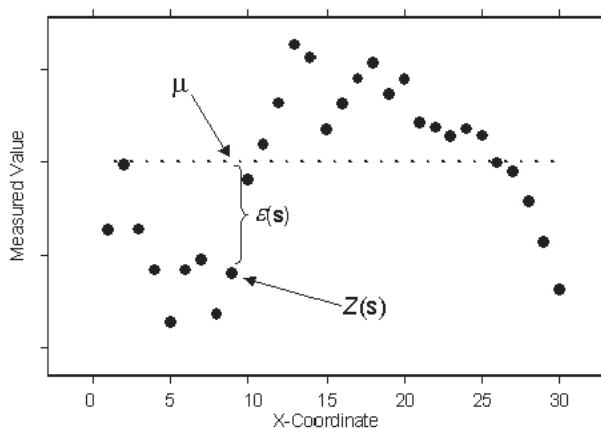


Figura 16.- Representación gráfica de $Z(x)$.

En resumen, la variabilidad espacial de una variable o atributo medioambiental es el resultado de complejos procesos físicos ocurridos a lo largo del tiempo. En una situación ideal la variabilidad de un atributo medioambiental estaría determinada por unos procesos que siguieran leyes físicas conocidas.

Conocido el algoritmo que las controla se podría interpolar el valor del atributo para localizaciones no muestreadas. En la realidad, no se conocen bien todos los factores que influyen en la variabilidad de un determinado atributo ni los algoritmos que los definen, por eso la mejor opción es tratar de estimar un modelo con los datos disponibles. Estos datos son el conjunto de medidas realizadas sobre la variable, para los que es necesario determinar la hipótesis de la función aleatoria de la que proceden (estacionaria intrínseca o de segundo orden), y su estructura de correlación espacial; y los posibles predictores deterministas, también conocidos como covariables o variables explicatorias.

A través del análisis estructural podemos estudiar aquellas características que permiten especificar el fenómeno desde el punto de vista geoestadístico. El principal objetivo del análisis estructural es la estimación del variograma o de la función de covarianza, ya que ambas funciones recogen información referente a la estructura espacial de las variables medidas.

II.3.1.3 Semivariograma.

La manera más usual de representar la dependencia espacial de una variable es a través de su función de covarianza o mediante la semivarianza ya que las dos contienen la misma información. En las aplicaciones geoestadísticas es más común trabajar con la semivarianza, para ello hay diversas razones. De manera general, la ventaja de utilizar semivarianzas frente a covarianzas reside en el hecho de que, para evaluar la semivarianza no es necesario conocer el valor de la media, sin embargo, si lo es para la covarianza, lo que introduce un factor de sesgo. Además si la función es no estacionaria, la varianza no es finita, por lo que la covarianza no está definida en el origen, mientras que la semivarianza, por definición, debe ser nula en el origen.

El semivariograma, además de darnos a conocer la estructura de dependencia espacial de la variable aleatoria, nos proporciona información acerca del comportamiento de la misma. Para una variable aleatoria estacionaria de segundo orden, el semivariograma tiene una forma característica como la mostrada en la figura 17.

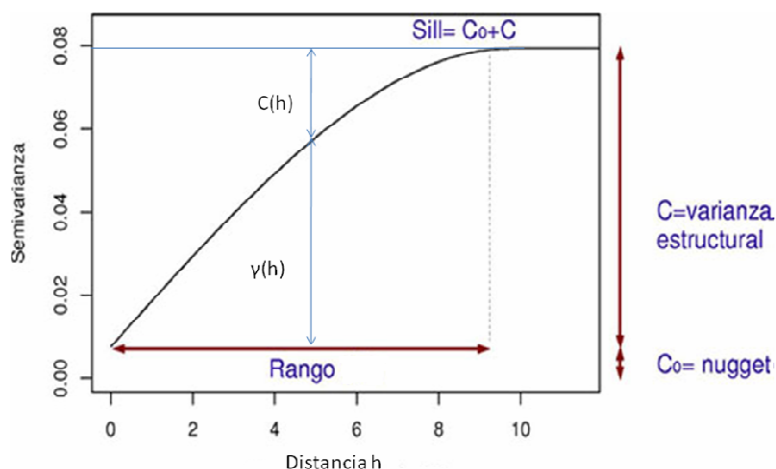


Figura 17.- Representación gráfica de la semivarianza o semivariograma.

La representación gráfica de las varianzas en función de la distancia es el semivariograma empírico o experimental. La semivarianza según el estimador propuesto por Matheron (60) se define como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (8)$$

donde N es el número pares de datos separados por la distancia h – lag/retardo, Z(x_i) representa el valor de la variable en la posición X_i y Z(x_i+h) es el valor de la variable a la distancia X_i + h.

Se verifica que la función de covarianza y el semivariograma de una función aleatoria con covarianza estacionaria están relacionadas a través de la siguiente expresión (61) :

$$\gamma(h) = Var(Z) - C(h) = C(0) - C(h) \quad (9)$$

Esta relación es fácilmente observable en la figura 17

La representación de estas semivarianzas en función de la distancia que las separan producirá un gráfico con una nube de puntos que es difícil de interpretar, por lo que se suele representar semivarianzas frente a valores promediados de una distancia estándar llamada retardo o lag (h). A partir del semivariograma experimental es necesario ajustar una función que cuantifique la variabilidad espacial o autocorrelación conocido como semivariograma teórico. Los modelos más comunes usados para parametrizar la dependencia espacial son lineal, esférico, exponencial o gaussiano. El semivariograma teórico obtenido suele mostrar una función que crece hasta alcanzar un valor constante. Las semivarianzas son menores para distancias más cortas, lo que indica valores del atributo más parecidos a distancias más próximas. El ajuste a una función permite establecer los parámetros que después se usaran en la interpolación geostatística (kriging). Estos parámetros son:

Range (rango o alcance) - Distancia a la que la semivarianza deja de aumentar, o dicho de otra forma cuando C(h)=0. Cuando se alcanza la parte plana de la curva ya no existe autocorrelación, los datos a partir de esa distancia son espacialmente independientes. Si el semivariograma alcanza la meseta asintóticamente entonces se define el rango práctico como el 95 % de la meseta.

Nugget (efecto pepita) – Es la varianza no explicada por el modelo y se calcula como la intersección de la curva con el eje Y. También se conoce como la varianza error pues es la varianza de dos puntos separados cero metros y debería ser cero. En este parámetro están incluidos los errores analíticos o de muestreo y variaciones a microescala, como se vio en el apartado de variabilidad espacial (II.3.1.2.).

Sill (meseta) – Es la máxima semivarianza encontrada.

Si la función aleatoria bajo estudio no es estacionaria de segundo orden, el semivariograma no tiene la forma descrita en la fig.17 ya que no alcanza la meseta a ningún rango, dado que la varianza sería infinita, resultando en principio imposible definir los parámetros que definen el semivariograma. Puede darse el caso que los incrementos de la variable tengan esperanza matemática y varianza definidas e independientes de x para todo vector h-separación -función aleatoria intrínseca, de manera que aunque

la varianza de la función sea infinita, el semivariograma sea finito porque la varianza de los incrementos de la variable es finita y por tanto se podrían determinar los parámetros del semivariograma.

Cuando una función aleatoria presenta deriva, o sea, cuando su esperanza matemática no es constante, la función es no estacionaria, si además sus incrementos de primer orden tampoco lo son, será una función aleatoria no intrínseca (II.3.1.1.) Una de las posibilidades para realizar interpolaciones geoestadísticas con funciones de este tipo es kriging universal como veremos más adelante.

II.3.1.4 Validación cruzada.

Si el modelo de variograma explica adecuadamente la dependencia espacial de los datos obtenidos en el muestreo, se espera que los errores de predicción de la función aleatoria sean mínimos. La técnica de validación cruzada permite hacer un juicio sobre el modelo de variograma teórico ajustado por medio del estudio del comportamiento de los errores de predicción. Se deben verificar las siguientes conclusiones:

- La media de los errores estandarizados debe ser próximas a cero.
- La media cuadrática de los errores estandarizados debe ser aproximadamente uno.

II.3.1.5. Ecuaciones kriging.

Durante décadas, kriging, se ha usado como sinónimo de interpolación geoestadístico. La idea original proviene del ingeniero de minas D.G.Krige. La técnica Kriging o krigeado es similar a IDW (Inverse Distance Weight) (62) en cuanto que pondera los valores medidos alrededor del punto sobre el que se hará la predicción. La novedad que introdujo Matheron, con la teoría de la variable regionalizada (60), es que la ponderación no solo se basa en la distancia entre los puntos medidos y la localización de la predicción, sino que también tiene en cuenta las relaciones espaciales existentes entre ellos. Estas relaciones espaciales se cuantifican a través de la autocorrelación, para lo que se utiliza el semivariograma que es la función básica que describe la variabilidad espacial de un fenómeno.

Para que la estimación realizada con Kriging produzca la mejor estimación posible, la función aleatoria que describe los datos debe presentar una distribución normal. Esta condición no siempre se cumple cuando tratamos fenómenos en la naturaleza, bien por la naturaleza propia del fenómeno, bien por el número (escaso) de muestras disponibles para el estudio. La solución dada a esta cuestión por distintos autores es la transformación de los datos (63), logarítmica, box-cox, o cualquier otra. En algunos casos, si la transformación no conduce a una forma de distribución gaussiana clara, se pueden realizar los análisis sobre los datos sin transformar (64). Los estimadores asociados con distribuciones normales son tan robustos que no se ven demasiado afectados por el hecho de que la distribución de la variable real bajo estudio, no sea absolutamente normal (48).

En la literatura científica se define kriging como un estimador BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) o mejor estimador lineal no sesgado porque presenta un error de estimación mínimo y sin sesgo. Esto es así por las condiciones impuestas en el desarrollo de las ecuaciones kriging. Para derivar las ecuaciones básicas de Kriging para la estimación de $Z_{(x)}$ en el caso de variables estacionarias, intrínsecas y no

intrínsecas se sigue el enfoque clásico (48), imponiendo las condiciones de sesgo nulo y varianza mínima del estimador.

El valor estimado, Z^* , se obtiene a partir de una combinación lineal de los valores medidos:

$$Z^* = \sum_{i=1}^N \lambda_{(i)} Z_{(i)} \quad \dots \quad (10)$$

En cualquier predicción se obtienen valores por encima y por debajo del valor real, para cumplir el objetivo de obtener una predicción no sesgada, estas diferencias deben ser lo más pequeñas posibles. La condición de sesgo nulo se expresa mediante la siguiente ecuación: $E(Z^* - Z) = 0$. La esperanza de la diferencia entre el valor predicho y el medido es nula.

El objetivo de varianza del error cometido en la estimación mínimo se expresa como sigue:

$$Var(Z^* - Z) = E(Z^* - Z)^2 = E\left[\sum \lambda_{(i)} Z_{(i)} - Z\right]^2 \quad \dots \quad (11)$$

Como se ha descrito en el apartado II.3.1.2 la función aleatoria se considera integrada por una tendencia, $\mu(x)$, y un residuo, $\varepsilon(x)$, (ec. 6). La componente residual se modeliza como una variable estacionaria con media cero y varianza determinada, σ^2 , de manera que la esperanza matemática de $Z(x)$ es:

$$E[Z_{(x)}] = E[\mu_{(x)}] + E[\varepsilon_{(x)}] = \mu_{(x)} \quad (12)$$

De acuerdo al modelo de tendencia $\mu(x)$ considerado distinguimos tres variantes de kriging:

Kriging simple.- La componente de tendencia, $\mu(x)$, es conocida y constante sobre el dominio de estimación, es decir la función aleatoria es estacionaria. El modelo lineal planteado según las superficies de tendencia definidas en (7) es $Z_{(x)} = \beta_0 1 + \varepsilon_{(x)}$. En este caso se puede definir una nueva variable

$Y_{(x)} = Z_{(x)} - \mu$, de forma que la $E[Y_{(x)}] = 0$ y el estimador será

$$Y^* = \sum_{i=1}^N \lambda_{(i)} Y_{(i)} \quad \dots \quad (13)$$

Minimizando la varianza, según (11) se obtienen los factores de ponderación (λ_i) a partir de un sistema lineal de ecuaciones y volviendo a la variable original, se obtienen el estimador y su varianza de estimación para kriging simple:

$$Z^* = \sum_{i=1}^N \lambda_i [Z_{(i)} - \mu] + \mu \quad (14)$$

$$Var(Z^* - Z) = Var(Z) - \sum_i \lambda_i C(x_i - x) \quad (15)$$

En muchas situaciones la elección de un valor medio no es obvia, esto hace al modelo más robusto pero muy restrictivo. Kriging simple necesita estacionaridad de segundo orden y distribución normal de los valores de la variable, condiciones ambas difíciles de conseguir en la naturaleza.

Kriging ordinario.- La componente de la tendencia puede fluctuar suavemente en el vecindario de los datos que intervienen en cada estimación. De manera que supone un valor de la media constante pero desconocido. El modelo lineal planteado según (7) es similar al usado para kriging simple pero el valor del parámetro β_0 es desconocido $Z(x) = \beta_0 \mathbf{1} + \epsilon(x)$. En consecuencia se hacen pocas suposiciones, por lo que el método es muy flexible en este aspecto pero menos poderoso que otros.

Si tenemos una variable estacionaria con covarianza conocida el proceso de obtención de las ecuaciones es similar al anterior. Partiendo del mismo estimador (ec.10), el hecho de no conocer la media obliga a

utilizar el requisito de sesgo nulo $E(Z^*) = E(Z)$ que da lugar a $E\left(\sum_i \lambda_i Z_i\right) = E(Z) = \mu$, o bien,

$\sum_i \lambda_i E(Z_i) = \sum_i \lambda_i \mu = \mu$ de donde se obtiene $\sum_i \lambda_i = 1$ condición necesaria para asegurar que el estimador es insesgado.

Haciendo mínima la varianza de estimación se obtienen el sistema de ecuaciones para los coeficientes de ponderación y con estos, el estimador y su varianza de estimación para kriging ordinario.

$$Z^* = \sum_{i=1}^N \lambda_{(i)} Z_{(i)} \quad (16)$$

$$Var(Z^* - Z) = Var(Z) - \sum_i \lambda_i C(x_i - x) + \mu \quad (17)$$

En el caso de variables intrínsecas, para las que la varianza no existe, se obtiene una varianza de estimación en función del semivariograma de la siguiente forma:

$$Var(Z^* - Z) = \sum_i \lambda_i \gamma(x_i - x) + \mu \quad (18)$$

Es la formulación más común del método kriging, valida tanto para variables estacionarias como intrínsecas, de hecho mediante la ecuación (9) que expresa la relación entre semivarianza y covarianza las dos ecuaciones de varianzas son iguales.

Kriging Universal.- Para variables aleatorias no intrínsecas, como ya se ha dicho, el fenómeno presenta deriva, $m(x)$ desconocida. Kriging universal asume que esta tendencia se puede suponer regular y expresar localmente como una combinación lineal de funciones $f(x)$ de las coordenadas espaciales, de forma

$$\mu(x) = \sum_{l=1} a_l f_l(x) \quad (19)$$

En general $\mu(x)$ adopta expresiones polinómicas de grado bajo (deriva lineal o a lo sumo cuadrática):

- Si la superficie de tendencia definida fuera lineal, según (7) el modelo es de la siguiente forma

$$Z(x) = \beta_0 1 + \beta_1 x + \beta_2 y + \varepsilon(x)$$

- Si la superficies de tendencia definida fuera cuadrática, según (7) el modelo es de la siguiente

$$\text{forma } Z(x) = \beta_0 1 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 xy + \beta_5 y^2 + \varepsilon(x)$$

Esta técnica requiere conocimiento de la función de covarianza, normalmente desconocida. Por eso una segunda hipótesis en este modelo es considerar el semivariograma de los residuos estacionario y conocido (61). Imponiendo la misma condición anterior de sesgo nulo y haciendo mínima la varianza se obtienen el sistema de ecuaciones para determinar los coeficientes de ponderación, siendo el estimador similar al obtenido para kriging ordinario, ec.16 y su varianza la siguiente.

$$E(Z^* - Z)^2 = \sum_{i=1}^N \lambda_{(i)} \gamma_{\varepsilon}(x_i - x_j) + \sum_{l=1}^p \mu f_l(x) \quad (20)$$

También similar a kriging ordinario si $p=1$ y $f_l(x)=1$

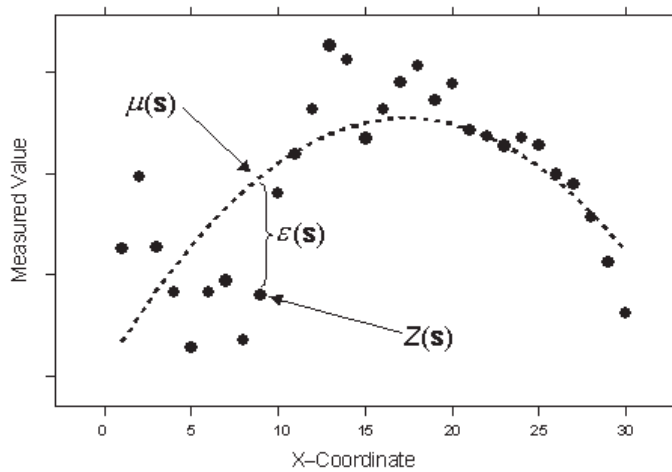


Figura 18.- Representación gráfica de $Z(x)$.

Cokriging: El análisis geoestadístico de varias variables regionalizadas se realiza de forma análoga al caso de una sola variable. Se puede considerar un modelo híbrido porque permite incorporar en el proceso de estimación, información de una variable secundaria. Emplea la correlación entre predictores auxiliares (variables secundarias) y la autocorrelación espacial de la variable principal, simultáneamente.

Es una técnica multivariante de modelado de superficies, similar a la técnica kriging, en la que la superficie de predicción obtenida por medio de una variable primaria, mejora mediante una variable secundaria de la que se poseen más datos, siempre que exista una correlación entre ellas. Se pueden plantear modelos lineales para cokriging simple, ordinario y universal. Estos serían similares a los

planteados en los apartados previos pero incluyendo la influencia de una segunda variable. Así el modelo lineal para cokriging universal con tendencia cuadrática vendría dado por la siguiente ecuación:

$$Z_{(x)} = \beta_0 1 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 xy + \beta_5 y^2 + Vble2^0 + \varepsilon_{(x)}$$

Al igual que en el caso de una sola variable, es necesario introducir hipótesis acerca de la naturaleza de las funciones aleatorias, para hacer posible la inferencia estadística. Los modelos cokriging son similares a los descritos anteriormente para kriging. Así, similar a la ecuación (14), tenemos que el estimador para cokriging simple considerando una sola variable secundaria es:

$$Z^* - \mu_1 = \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_i [Z_{i1} - \mu_1] + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_j [Z_{j2} - \mu_2] \quad (21)$$

Mientras que siguiendo la ecuación (16), el estimador para cokriging ordinario considerando una sola variable secundaria es:

$$Z^* = \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_i Z_{i1} + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_j Z_{j2} \quad (22)$$

Donde Z^* es el estimador de la variable principal, N_1 y N_2 son el número de medidas de la variable primaria y secundaria. μ_1 y μ_2 son los valores esperados de las variables aleatorias. Los λ son los coeficientes de ponderación asignados para minimizar la varianza de la 1ª o la 2ª variable. Z_{i1} dato de la variable primaria en el punto i y Z_{j2} dato de la variable secundaria en el punto j .

Para cuantificar la correlación se construye un diagrama de covarianzas o semivarianzas cruzadas en donde la covarianza o semivarianza representada, en este caso, no es entre puntos de la misma variable sino de una variable con respecto a otra. La semivarianza cruzada se estima utilizando la siguiente ecuación:

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [Z_1(x_i) - Z_1(x_i + h)][Z_2(x_i) - Z_2(x_i + h)] \quad (23)$$

Donde n es el número de pares de muestras de la variable Z_1 y Z_2 en los puntos X_i , X_{i+h} , separados por la distancia h .

El semivariograma cruzado puede tomar valores negativos, a diferencia del semivariograma simple, pero es simétrico por definición:

$$\gamma_{12}(h) = \gamma_{12}(-h) \quad (24)$$

$$\gamma_{12}(h) = \gamma_{21}(h) \quad (25)$$

Sin embargo la covarianza cruzada no es forzosamente simétrica. Solo en el caso de funciones con covarianza simétrica, esta y el semivariograma cruzado aportan informaciones equivalentes. Generalmente, como se explicó en el apartado II.3.1.3 es más común trabajar con semivarianzas, pero no

es recomendable en el caso de covarianzas no simétricas porque el semivariograma no refleja esta situación. Puede aparecer asimetría de la covarianza si la correlación entre variables es direccional o presenta un desfase espacial.

El método convencional de validación del semivariograma en el caso de dos variables, de las que solo una presenta interés, consiste en estimar por cokriging el valor $Z_{1(x)}$, en los puntos de muestreo. Con los valores así estimados y las varianzas de estimación se comprueba que la media de los residuales es igual a cero. Los parámetros óptimos del semivariograma son aquellos que conducen a valores aceptables de estos criterios convencionales de validación (error cuadrático medio, error cuadrático medio normalizado).

A continuación se aplican las distintas técnicas desarrolladas teóricamente en el apartado anterior sobre los datos de estudio con dos software distintos.

III. Resultados.

En este apartado se recogen los distintos modelos analizados. Las variables utilizadas para realizar las interpolaciones son los valores de actividad de ^{137}Cs medidos y los valores precipitación media anual calculados a partir de los medidos por el MAPA (Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación). En los modelos no se utiliza como variable los distintos tipos de suelo.

En primer lugar, con la herramienta de análisis geoestadístico de ArcGis, se realiza un modelo solo con los datos de precipitación, con la intención de explorar las diversas posibilidades de la herramienta y los criterios de validación empleados. El modelo obtenido se compara con el modelo de pluviometría media anual elaborado por el MAPA. Una vez alcanzado el objetivo de conocimiento de la herramienta, se elaboran distintos modelos con los datos de Actividad de ^{137}Cs . Modelos realizados con la técnica kriging, en la que solo interviene una variable y modelos realizados con la técnica cokriging, en la que intervienen dos variables correlacionadas.

En segundo lugar se recogen los modelos realizados utilizando el software R de cálculo estadístico. Se parte de las mismas condiciones iniciales y se aplican los mismos algoritmos para intentar que los modelos realizados con los dos software sean comparables.

III.1. Modelos analizados con ArcGis.

III.1.1 Modelo realizado con datos de precipitación.

Inicialmente, con el fin de explorar las diversas posibilidades de la herramienta y para comprobar la bondad de los modelos desarrollados con las herramientas geoestadísticas del Sistema de Información Geográfica utilizado, se realiza un mapa de predicción de precipitaciones medias anuales en la península a partir de los datos facilitados por la agencia AEMET (anexo II) que se compara con el mapa de pluviometría media anual realizado por el Ministerio de agricultura, pesca y alimentación (MAPA)(65).

Mediante un algoritmo Kriging ordinario y con los parámetros establecidos por defecto como se ve en la figura 19 se obtiene un mapa de predicción de precipitación media anual, en el que se observa una similitud con el mapa dado por el MAPA en las zonas con distintos niveles de pluviometría (Figuras 20 y 21). El rango obtenido es 163.1 Km. El gráfico de valor predicho frente a medido muestra una buena correlación y exactitud de la predicción.

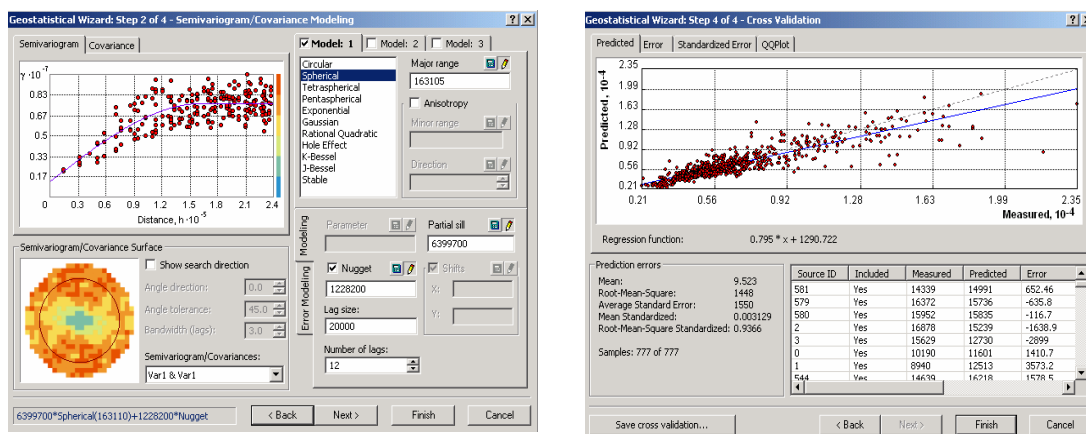


Figura 19.- Parámetros y criterios de valoración asociados al modelo.

Criterios de validación usados:

Mean.- (Media de los residuales) valor medio de los errores de predicción. En una buena estimación debería ser un valor cercano a cero pero este criterio depende de la escala.

Root Mean Square.- Raíz del error cuadrático medio (RMS), es una medida de la desviación de la variable dependiente respecto a los valores predichos. Valores bajos de RMS indican valores más precisos de predicción.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i) - Z^*(x_i)]^2}$$

Con los métodos geoestadísticos además de los valores estimados a través de la interpolación, también obtenemos una medida de la incertidumbre de la predicción, valorada con los siguientes criterios

Average Standard Error.- Error estándar medio (ASE). Cada algoritmo kriging tiene su propio ASE.

Mean Standardized.- Media estandarizada = media del error de predicción/ASE. Valor próximo a cero para una buena estimación.

Root Mean Square Standardized.- Raíz del error cuadrático medio estandarizado (RMSS). Serán valores cercanos a 1 si los errores estándar medios (ASE) son válidos. Si son valores inferiores a uno la variabilidad de la predicción se ha sobreestimado.

Por último se utiliza R^2 - Coeficiente de determinación. Que valora que porcentaje de la serie está representado por la estimación.

Los criterios de validación obtenidos con la interpolación reflejan un buen modelo. La media de los errores de predicción recogida en la tabla resumen de la fig.19 es pequeña (9.5), siendo la media normalizada 0.0. Los valores de raíz del error cuadrático medio y el error estándar medio están próximos entre si, lo que indica que la variabilidad está bien valorada. La media cuadrática normalizada próxima a 1 indica buena precisión de la estimación y al igual que el coeficiente de determinación, R^2 que es 0.78.

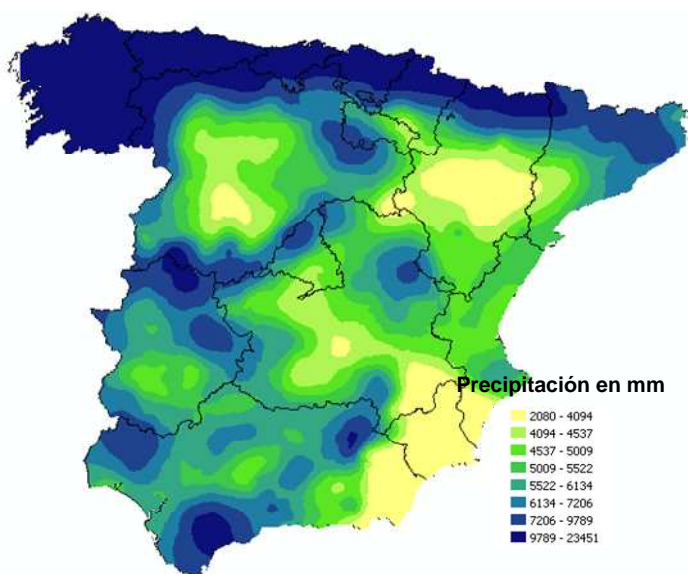


Figura 20.- Mapa de estimación de precipitación media anual.

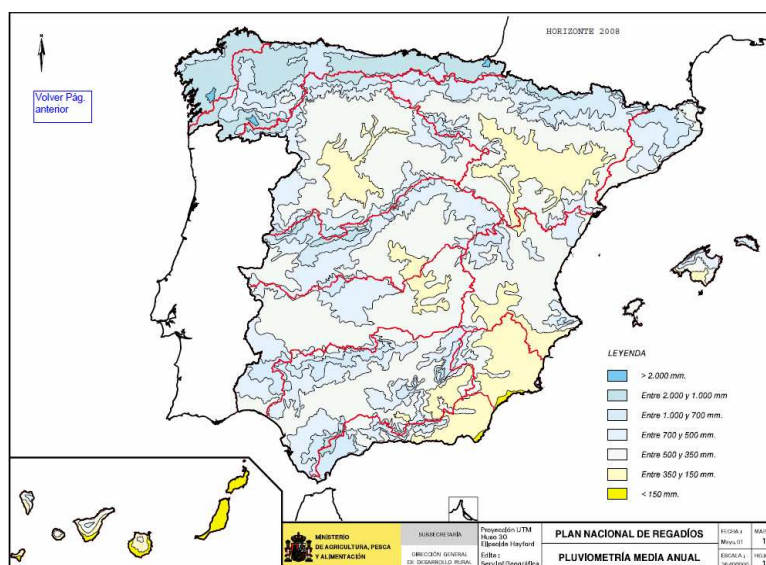


Figura 21.- Mapa Pluviometría media anual. (65)

III.1.2 Modelos realizados con datos de Actividad de ^{137}Cs . Kriging.

Se realizaron varios modelos de mapa de predicción de actividad en suelos usando distintos modelos kriging y variando los parámetros que los definen. Los datos iniciales de Actividad de ^{137}Cs en suelos para los distintos modelos kriging son los reflejados en la tabla 7. En la tabla 8 se presenta un resumen de los modelos realizados con SIG y de los parámetros que definen el semivariograma: meseta, rango, nugget o efecto pepita y la relación entre nugget y meseta (n/s).

Tabla 8.- Modelos realizados con Kriging (GIS)

Modelos kriging (GIS)									
Sin transformación de datos					Con transformación de datos (log)				
Nombre	Meseta parcial (m)	Rango (m)	Nugget	n/s	Nombre	Meseta parcial (m)	Rango (m)	Nugget	n/s
K_simple_Gis	981.860	62286	0	-	K_simple_log	0.4136	71549	0	-
Ks_varSGeMS	1400000	357000	300000	21	OK_log	0.3078	132857	0.155	33
OK	288680	857560	1137000	79	OK_varSGeMS	0.33271	100000	0.0875	21
UK_cte	288680	857560	1137000	79	UK_cte_log	0.3078	132857	0.155	33
UK_1st	1278900	139.620	324040	20	UK_1st_log	0.35094	68075	0	-
UK_2nd	972610	66682	0	-					

Se realizan los mismos modelos para los datos sin transformación y con transformación logarítmica. En la figura 32 (histograma del inventario de actividad de ^{137}Cs) se observa que los datos bajo estudio no presentan una distribución normal. Como ya se ha dicho, aunque una distribución gaussiana de los datos no es absolutamente esencial, si es conveniente para realizar modelos óptimos. Distribuciones con alta asimetría pueden alterar la estructura del semivariograma y por lo tanto de los modelos desarrollados a partir de él. Por este motivo se realiza transformación logarítmica y Box-Cox de los datos. Desafortunadamente la transformación de los datos no siempre conduce a distribuciones normales, como se ve en la figura 33. Sin embargo los estimadores asociados con distribuciones normales son tan robustos que no se ven demasiado afectados por el hecho de que la distribución de la variable real bajo estudio, no sea absolutamente normal (48). De las dos transformaciones realizadas (logarítmica y Box-Cox) se concluye que la mas adecuada es la transformación logarítmica, por lo cual se realizan modelos con los mismos algoritmos para datos transformados y sin transformar para comprobar si se produce algún cambio en el resultado final.

III.1.2.1 Kriging simple con los parámetros establecidos por defecto (K_simple_Gis).

A partir de la capa Csinfinal en la que aparecen todos los puntos, en los que se ha realizado medida de inventario de actividad de ^{137}Cs , georreferenciados (ver fig. 10) se realiza la interpolación.

La ventana de métodos geoestadísticos ofrece distintas posibilidades, se elige el algoritmo Kriging simple sin realizar ninguna transformación de los datos (Fig. 22).

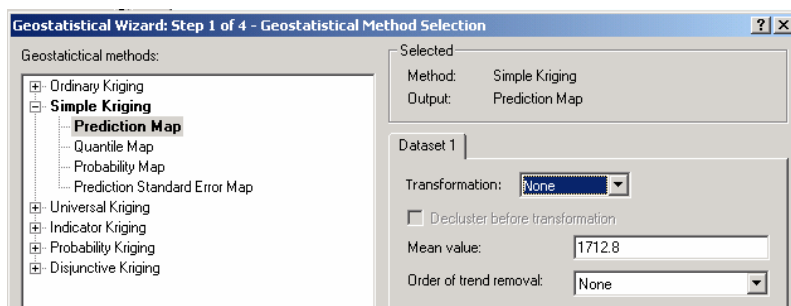


Figura 22.- Elección método geoestadístico.

En el segundo paso se realiza el semivariograma y se elige la función de ajuste a la nube de puntos que forma el semivariograma. Para una función de ajuste esférica el semivariograma presenta un *nugget* cero y un rango (Mayor range), distancia a partir de la cual no existe autocorrelación, de 62 Km aproximadamente (Fig.23).

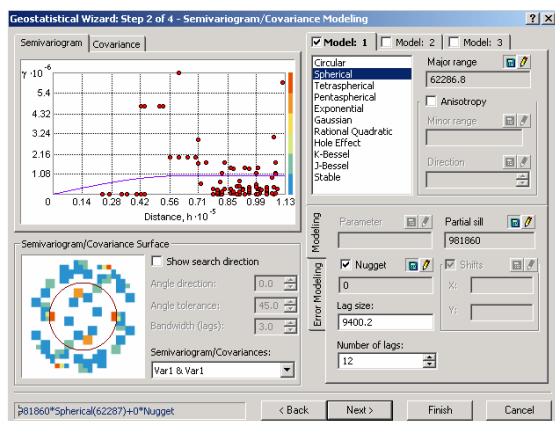


Figura 23.- Semivariograma 1 de actividad de ^{137}Cs .

Si el modelo de ajuste del semivariograma es exponencial o gaussiano, el resultado sí presenta *nugget* como se ve en la figura 24, disminuyendo además el rango dado. Sin embargo estas variaciones no tienen prácticamente repercusión en la estadística asociada ni en la representación gráfica final del mapa de predicción, figura 27. En cualquiera de los dos casos el rango obtenido nos indicaría que deja de haber correlación a una distancia menor a la mitad de las cuadrículas de la red de muestreo (150x150) lo que no produce un buen modelo.

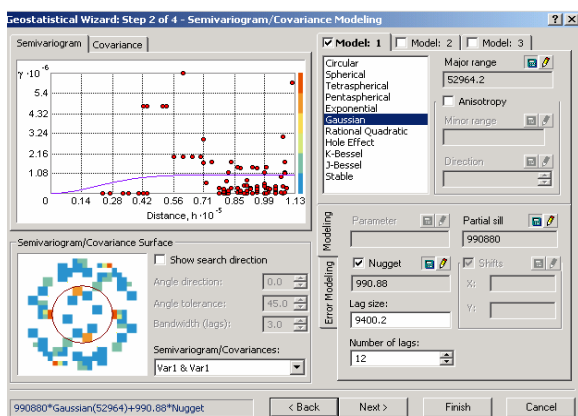


Figura 24.- Semivariograma 2 de actividad de ^{137}Cs .

El último paso en la realización del modelo con esta herramienta nos muestra una gráfica de los valores predichos frente a los medidos, figura 25.

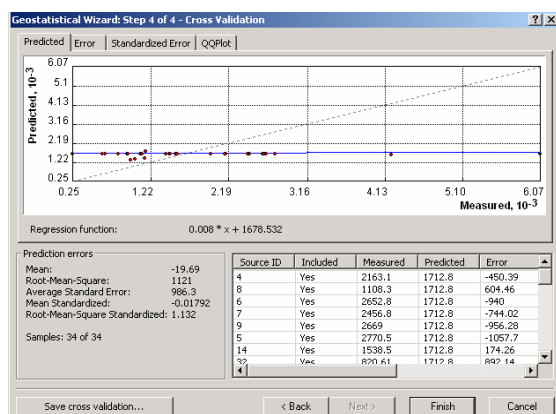


Figura 25.- Criterios de valoración asociados al modelo circular y esférico.

La situación ideal correspondería a la superposición de la línea azul continua y la línea negra discontinua lo que indicaría mayor exactitud de la predicción.

Las siguientes dos pestañas del cuadro de dialogo anterior son similares. El gráfico de error representa la diferencia entre los valores predichos y los medidos. El gráfico de error estandarizado, se obtiene dividiendo el error entre el error estándar estimado por kriging. La evaluación de estos tres tipos de diagramas valora la bondad del modelo kriging desarrollado. La última pestaña muestra el gráfico QQplot (Quantile-Quantile) figura 26, que compara la distribución de una variable frente a la distribución normal; representa los cuantiles del error normalizado frente a los cuantiles de la distribución normal. Si los errores se ajustan a una distribución normal, siguen el trazado de la línea discontinua negra. Lo que indicaría que los valores medidos de los que provienen también siguen una distribución normal, pudiendo por tanto aplicarse las técnicas geoestadísticas que requieren normalidad. En la fig. 26 se observa una superposición aproximada de los puntos sobre la línea discontinua negra en algunas zonas del gráfico, pero no en la totalidad, indicando como ya habíamos visto previamente que la distribución no se aproxima a la normalidad.

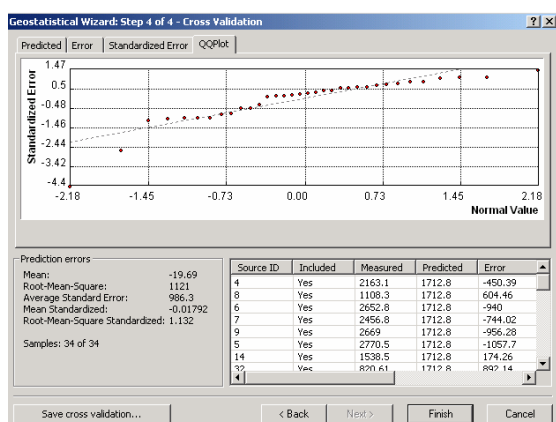


Figura 26.- Gráfico QQPlot correspondiente a la interpolación Kriging simple.

La clasificación de los valores, para la representación gráfica del mapa de predicción, se ha hecho a través de cuantiles, que son clases que contienen igual número de datos, por eso los intervalos no son regulares. El mapa de predicción obtenido con este modelo sería el representado en la fig. 27

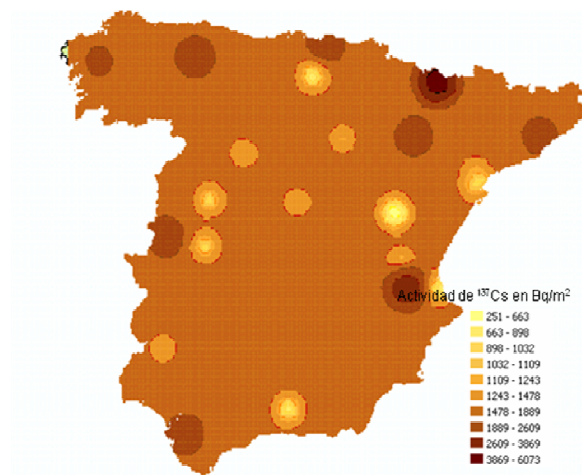


Figura 27.- K_simple_Gis.

Como se ve en la figura anterior el hecho de que el rango establecido por defecto sea inferior a la mitad de la distancia entre los puntos de muestreo nos da una pobre interpolación. Se realizó el mismo modelo con una transformación logarítmica de los datos, obteniéndose los parámetros recogidos en la tabla 8, sin mostrar ninguna mejora apreciable del modelo. Otro intento de mejorar el modelo realizado con el algoritmo de kriging simple condujo a la utilización del software SGeMS (66) para calcular un semivariograma teórico distinto, ajustando manualmente la función, a partir de la cual se obtienen los parámetros utilizados posteriormente en el cálculo del modelo con kriging simple.

III.1.2.2 Kriging simple con modificación de los parámetros del semivariograma (Ks_ varSGeMS).

Los parámetros del semivariograma obtenidos mediante el software SGeMS (66) y los criterios de valoración asociados al modelo son los recogidos en las fig. 28 y 29.

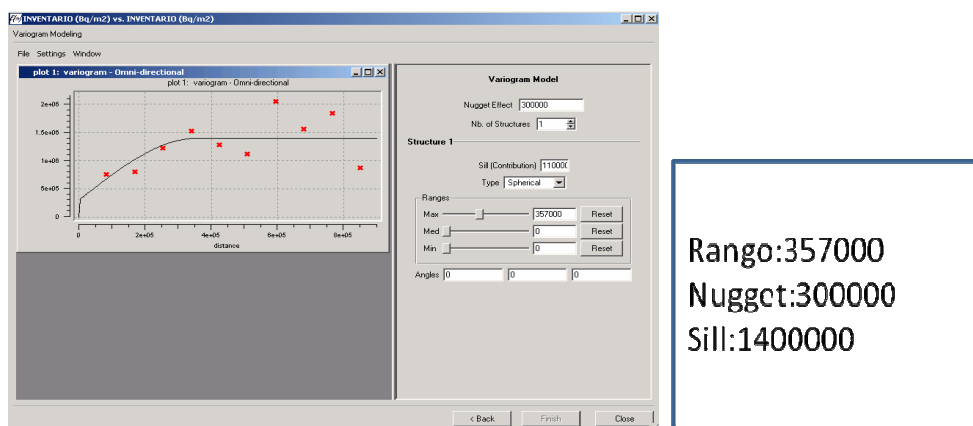


Figura 28.- Semivariograma calculado con SGeMS.

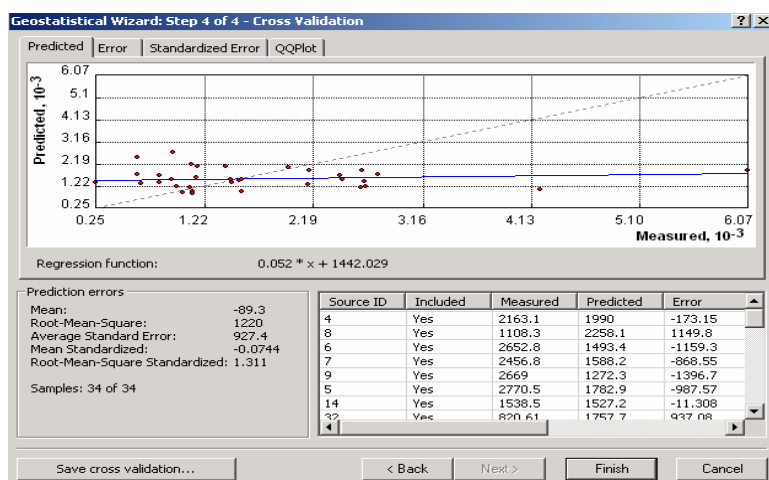


Figura 29.- Estadística asociada al modelo KS con variograma de SGeMS.

La representación gráfica del modelo

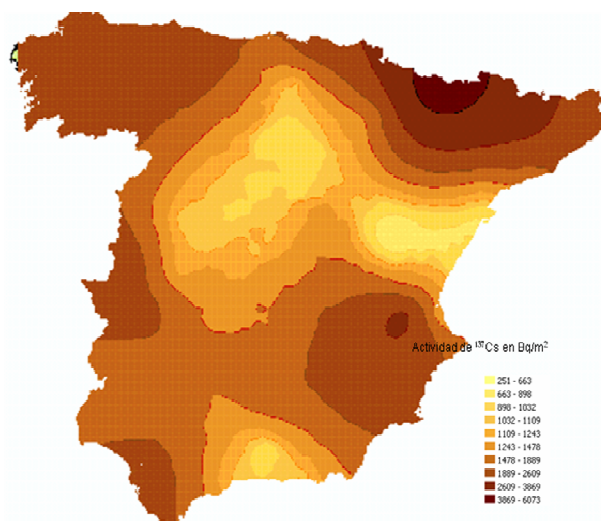


Figura 30.- Ks_SGemS.

Comparando los dos modelos se puede observar que la dependencia espacial es mejor para el modelo realizado con SGeMS ($n/s=21$) que para el modelo K_simple_Gis. La relación entre nugget o efecto pepita (n) y la meseta (s) expresada en tanto por ciento, puede entenderse, según Chien y Lee (51) como un criterio para clasificar la dependencia espacial de la variable. Si el ratio es inferior al 25 % la dependencia espacial será fuerte; entre 25-75 moderada y si es superior al 75 %, será débil. Sin embargo los resultados estadísticos indican que el denominado K_simple_Gis es más satisfactorio que Ks_SGemS, ya que la diferencia entre la raíz del error cuadrático medio y el error medio estándar es menor y la media estandarizada está más próxima a cero. A pesar de esto ninguno de los dos modelos es plenamente satisfactorio.

III.1.2.3 Kriging ordinario con los parámetros establecidos por defecto (OK).

Se realiza la interpolación kriging eligiendo en este caso el algoritmo ordinario. La primera interpolación realizada con kriging ordinario con los parámetros dados por defecto viene definida por un rango

demasiado grande (857560) como vemos en la fig. 31 El semivariograma se presenta como una línea horizontal, lo que indicaría una pobre correlación.

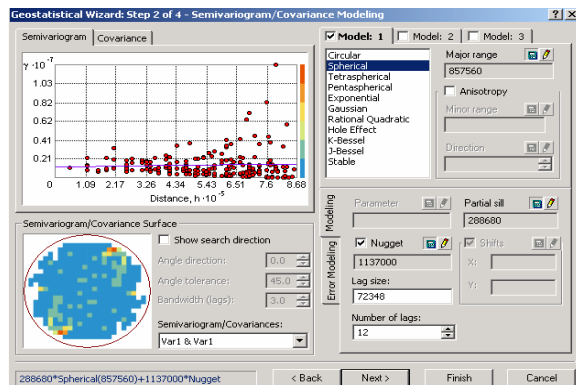


Figura 31.- Semivariograma.

Si realizamos un histograma de la variable usada en la interpolación (Inventario de ^{137}Cs) vemos que los datos presentan una distribución asimétrica con algunos valores muy por encima de los demás fig. 32

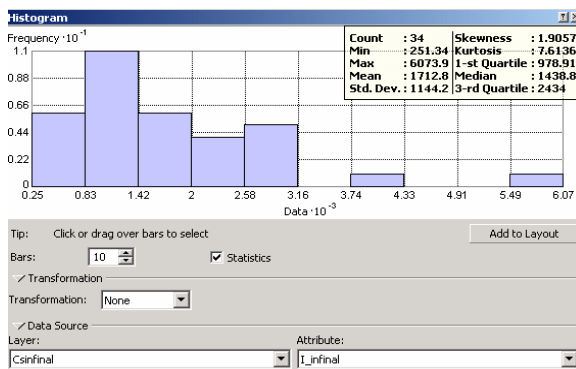


Figura 32.- Histograma del inventario.

La herramienta de análisis geoestadístico del SIG permite aplicar transformaciones a los datos para ayudar a que las varianzas sean más constantes y a la normalización de los datos. Si aplicamos una transformación logarítmica a los datos que definen la variable de trabajo, se obtiene el histograma de la fig.33. Los valores de la media y la mediana están más próximos entre si que en el histograma realizado para los datos sin transformar y el valor de Kurtosis es cercano a 3, de manera que bajo estas condiciones se está más próximo a una distribución normal.

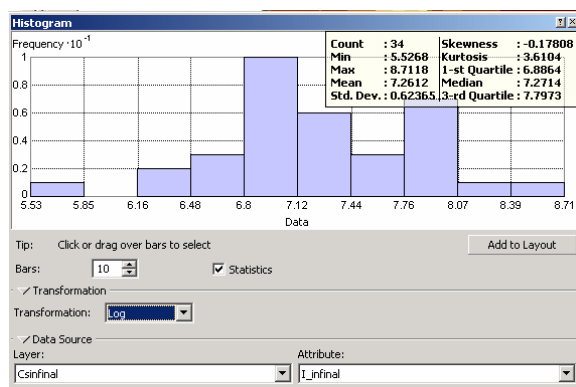


Figura 33.- Histograma del inventario después de la transformación logarítmica de los datos.

Se realiza una segunda interpolación kriging ordinaria pero aplicándole una transformación logarítmica a los datos.

III.1.2.4. Kriging ordinario con transformación logarítmica (OK_log).

El gráfico del semivariograma, (fig.34), mejora presentando un rango menor (132857m) y mejor correlación pero el gráfico de valores predichos frente a medidos sigue mostrando un modelo poco exacto, (fig.35). La representación gráfica de este modelo es la presentada en la fig. 36.

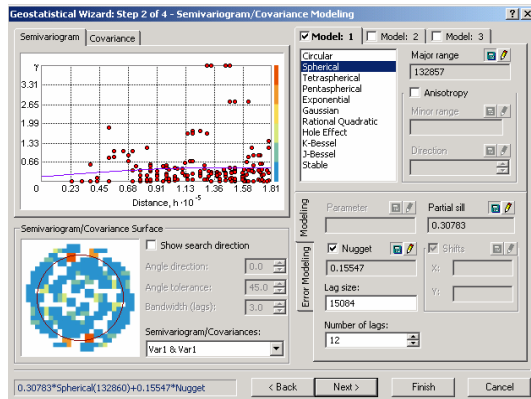


Figura 34.- Semivariograma.

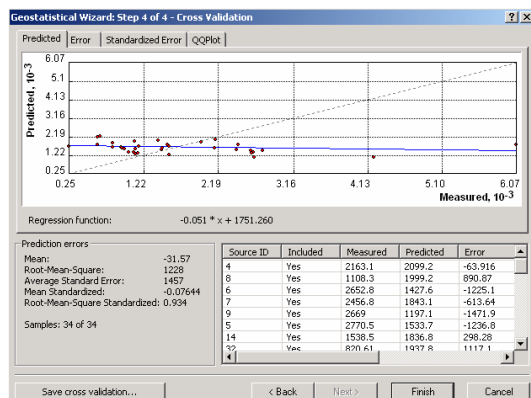


Figura 35.- Estadística asociada al modelo descrito.

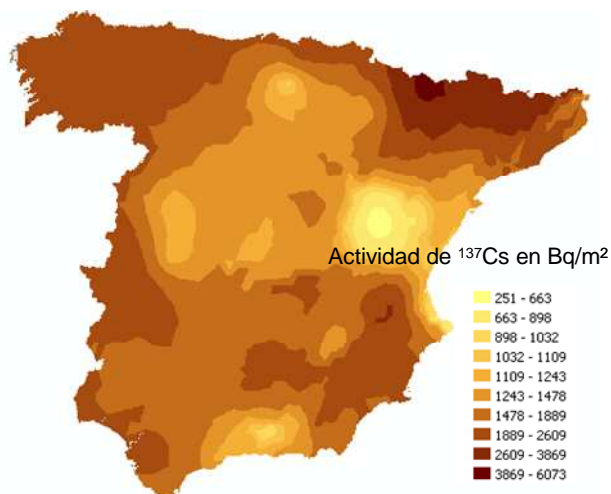


Figura 36.- OK_log.

Al igual que en caso anterior se ha usado el software SGeMS para intentar optimizar el semivariograma. En esta ocasión el resultado alcanzado es muy similar, siendo los parámetros obtenidos los recogidos en la tabla 8, por lo que la estadística y la representación gráfica obtenidas son muy similares al modelo anterior en el que los parámetros estaban establecidos por defecto por el sistema.

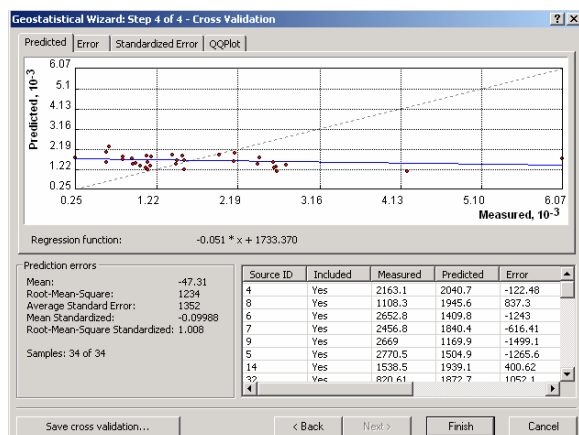


Figura 37.- Criterios de valoración asociados a KO_{log} con semivariograma de SGeMS.

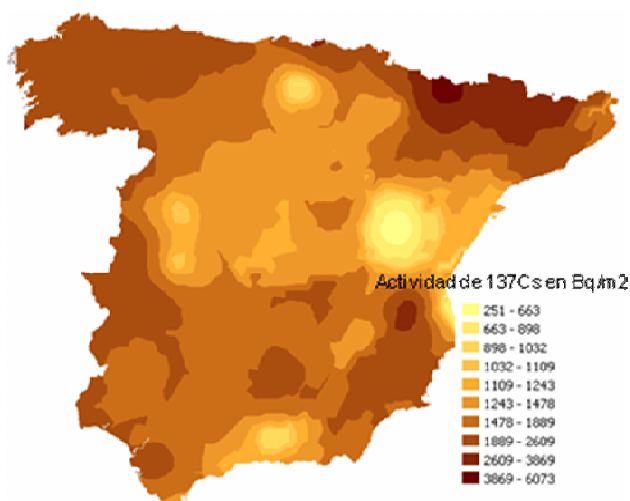


Figura 38.- KO_{log} con semivariograma de SGeMS.

Los criterios de valoración para los modelos anteriores con algoritmo ordinario, nos indica su similitud. Ambos resultan modelos no sesgados, puesto que la media normalizada de los errores de predicción es pequeña, y ambos presentan una variabilidad de la predicción del mismo orden, la raíz de la media cuadrática (RMS) y el error estándar medio (*asm*) de los errores de predicción, que proviene de las ecuaciones kriging, son similares. De los modelos analizados, para las técnicas simple y ordinario, presentan una mejor dependencia espacial de la variable (relación entre nugget y la meseta), los modelos realizados con el semivariograma ajustado manualmente con el software SGeMS (Figs.30 y 38). Se observa una mejora en la dependencia espacial, también, en los modelos sobre los que se ha realizado una transformación logarítmica de los datos. Sobre el algoritmo ordinario, la relación n/s pasa de 79 a 33 (tabla 8).

III.1.2.5. Kriging Universal.

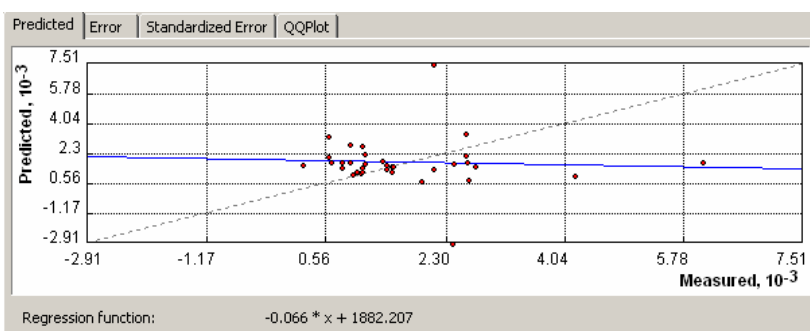
Al aplicar el modelo de kriging universal podemos suponer una tendencia lineal o cuadrática. Si la tendencia supuesta fuera constante, el modelo obtenido es el mismo que aplicando el algoritmo ordinario, como se refleja en la tabla 8.

Siguiendo el mismo desarrollo que en los apartados anteriores, los parámetros que definen el semivariograma se resumen en la tabla 8 y los criterios de valoración de los errores de predicción que se obtienen con las ecuaciones de kriging universal, para los modelos estudiados, quedan recogidas en la tabla 9.

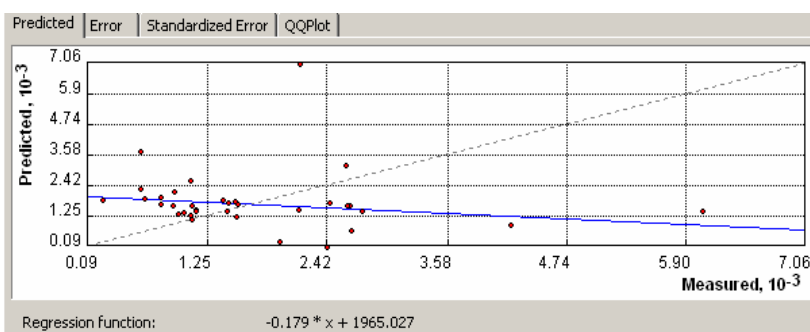
Tabla 9.- Criterios de valoración para los modelos de kriging universal

	Error medio	RMS	ASE	Media stand.	RMSS
UK_1st	89.62	1866	1735	0.09172	0.9652
UK_1st_log	106.9	1695	88820	-0.2983	1.762
UK_2nd	1791	8866	17140	0.07536	0.9158

Al examinar la tabla de los criterios de valoración estadísticos para los modelos con algoritmo universal se observan grandes diferencias, entre la raíz de la media cuadrática (RMS) y el error estándar medio (ASE) de los errores de predicción, en dos de los tres modelos, lo que indica una incorrecta valoración de la variabilidad de la predicción. El modelo UK_1st presenta menor diferencia entre estos dos criterios, además de no presentar sesgo, su media normalizada es pequeña y el valor de la media cuadrática normalizada está próximo a 1. La gráfica de valores predichos frente a medidos revela poca exactitud de los modelos, siendo el modelo UK_1st algo más exacto que los otros dos. La superposición de la línea azul sobre la línea negra discontinua de pendiente 1, reflejaría una predicción exacta.



UK_1st



UK_1st_log

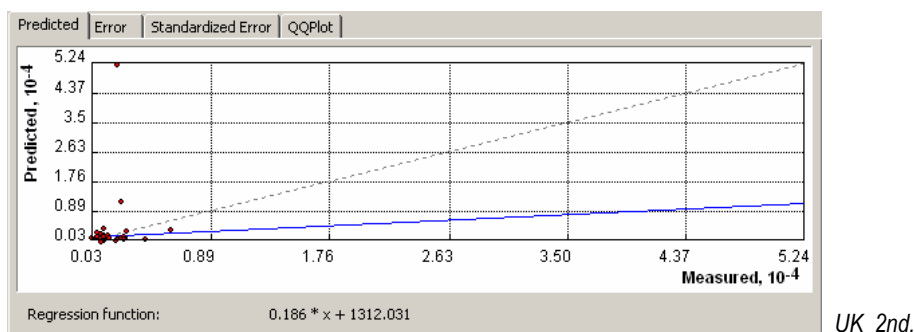


Figura 39.- Grafico de valores predichos frente a medidos para UK_1st, UK_1st_log y UK_2nd.

La representación gráfica del modelo UK_1st es la reflejada por la figura 40.

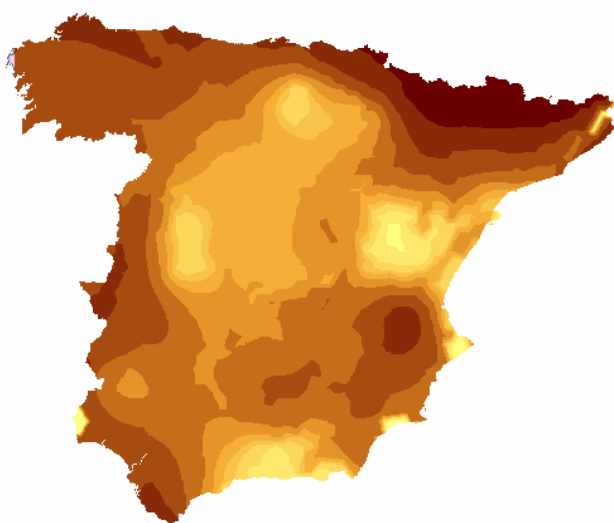


Figura 40.- UK_1st es.

III.1.3 Modelos realizados con datos de Actividad de Cs-137 y de precipitación. Cokriging.

Como ya se ha dicho en el II.3.1.4, cokriging es una técnica geoestadística multivariante similar a kriging, en la que para obtener una superficie de predicción de una variable primaria se utiliza una variable secundaria de la que se poseen más datos, siempre que exista una correlación entre ellas, de forma que se aprovecha tanto la correlación entre variables distintas como la autocorrelación utilizada con la técnica kriging.

De manera general, ninguna variable posee más información sobre si misma que la propia variable. Este hecho nos indica que la ayuda que una segunda variable puede ofrecernos, en el proceso de interpolación de la variable de interés, solo está justificado, en el caso de la existencia de un mayor número de datos medidos de la variable secundaria correlacionada con la principal. Cuanto mayor sea el grado de correlación entre las variables más información aportará una variable sobre la otra, produciendo una interpolación más representativa y una superficie de predicción resultante mejor.

Las variables utilizadas en la realización de los modelos con cokriging son:

- Variable principal: Inventario de actividad de ^{137}Cs en 34 puntos medidos. Tabla 7.
- Variable secundaria: Precipitación Media Anual en 778 puntos de la geografía peninsular española. Anexo II-b.

La relación entre las dos variables está ampliamente demostrada en la bibliografía, de manera general, como ya se vio en el apartado I.2.2.

Utilizando las herramientas de visualización de datos, de que dispone el SIG empleado en este trabajo, se puede apreciar de manera intuitiva la correlación entre las dos variables. A partir de los histogramas de los datos de precipitación y de inventario de actividad de ^{137}Cs , Fig.41, se sitúan sobre un mapa de la península Ibérica, los puntos de mayor precipitación media anual ● y los de mayor inventario de actividad ●, fig. 42.

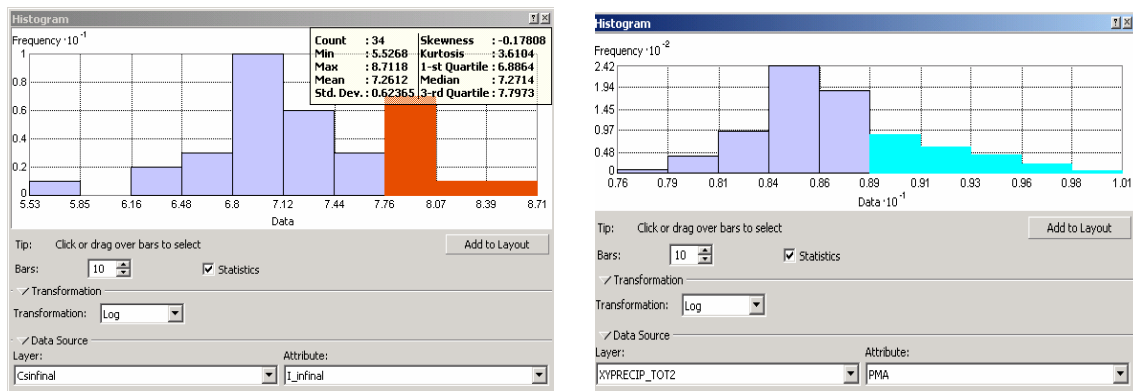


Figura 41- Histogramas de Cs137 y precipitación media anual, resaltando los valores más altos.

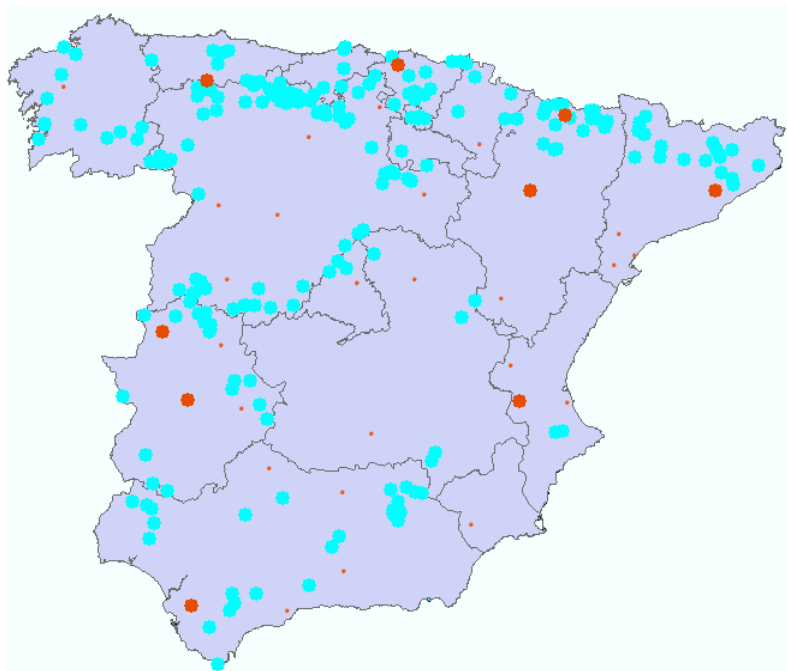


Figura 42.- Superposición sobre mapa peninsular de puntos de máxima pluviometría y actividad medida de ^{137}Cs .

Los modelos realizados con cokriging se resumen en la tabla 10.

Al igual que ocurre cuando se utiliza solo una variable (Actividad de ^{137}Cs), los modelos ordinario y universal para dos variables, con tendencia constante, son similares. En la tabla 10 solo queda recogido cokriging ordinario (ock). También hay que destacar la similitud, entre kriging (univariable) y cokriging (multivariable), de los modelos ordinario y universal con tendencia constante. Ver tablas 8 y 10. Las pequeñas diferencias son debidas a la influencia de la segunda variable, precipitación. La representación gráfica para los cuatro modelos se correspondería con la fig.52.

Tabla 10.- Modelos realizados con cokriging (GIS)

Modelos cokriging (GIS)					
Nombre	Variable	Meseta parcial	Rango	Nugget	n/s
Cks_Gis	Act. ^{137}Cs	0.21922	120533	0.202	48
	Precip	6243110	120533	863860	12
Cks_Gis_mod_r	Act. ^{137}Cs	0.38371	95533	0.033	8
	Precipitación	5166400	95533	869560	14
Ock	Act. ^{137}Cs	301620	974991	1144100	79
	Precipitación	2338400	974991	4927900	68
Uck1st	Act. ^{137}Cs	59076	974991	1231100	95
	Precipitación	1.04e7	974991	4023900	28
Uck2nd_cte	Act. ^{137}Cs	75.8	974991	1093100	99
	Precipitación	1.04e7	974991	4023900	28
Uck2nd_2nd	Act. ^{137}Cs	985570	68542	0	
	Precipitación	1948100	68542	1243500	

Las estadísticas asociadas a los modelos analizados se recogen en la tabla 11.

Tabla 11. – Estadísticas asociadas a los modelos realizados con cokriging (GIS)

	Error medio	RMS	ASE	Media stand.	RMSS
Cks_Gis	55.23	1030	1248	0.01946	0.888
Cks_Gis_mod_r	108.2	1112	1292	0.03512	1.061
Ock	-62.61	1226	1147	-0.049	1.065
Uck1st	166.5	1269	1248	0.1425	1.002
Uck2nd_cte	-129	1745	2212	0.02	0.9857
Uck2nd_2nd	-158	1685	2093	-0.012	1.035

III.1.3.1 Cokriging simple (Cks_Gis).

Para el modelo cokriging simple (Ec. 21), con transformación logarítmica de los datos de actividad, ajuste de la recta esférico y tamaño y número de retardos (lag) establecidos por el programa obtenemos el semivariograma recogido en la fig.43

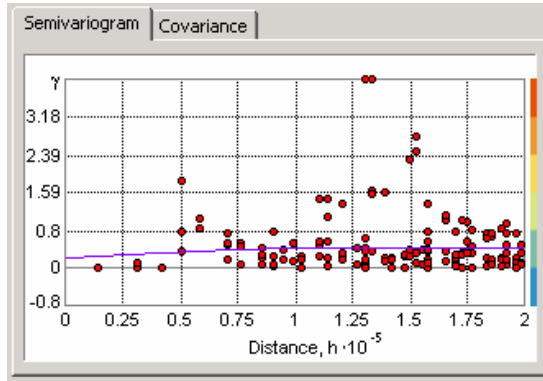


Figura 43.- Semivariograma de Cks_Gis.

La siguiente figura nos muestra el gráfico valores medidos frente a valores predichos. Se aprecia mejora con respecto a anteriores modelos. Representación gráfica del modelo en Fig.45.

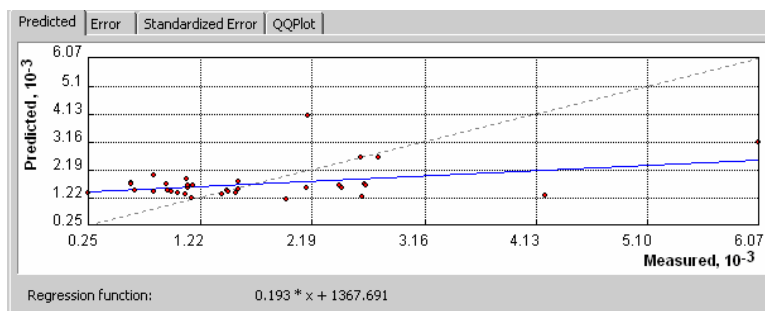


Figura 44.- Grafica de valores predichos frente a medidos para modelo cokriging simple.

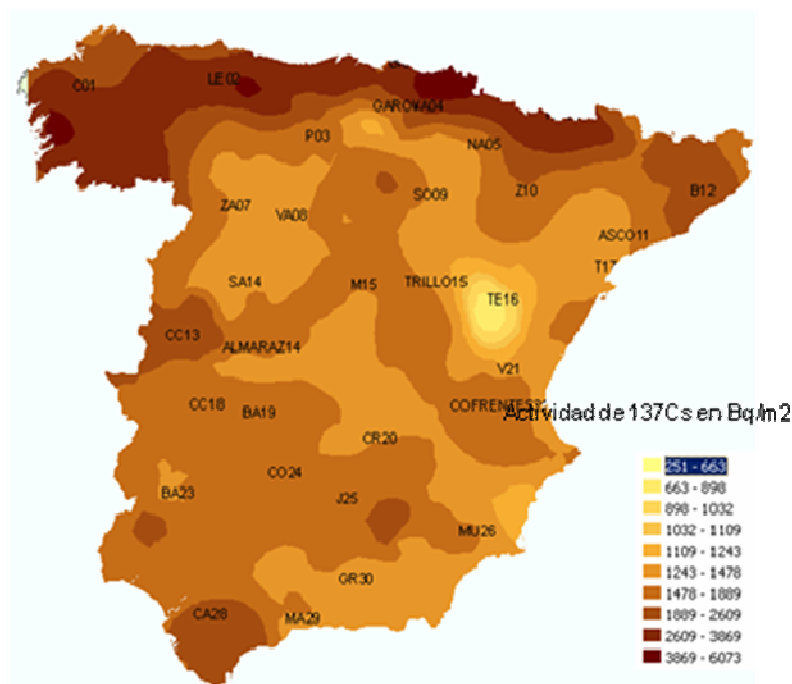


Figura 45.- Cokriging simple

Se analizaron otros modelos a partir de cokriging simple variando algunos parámetros o realizando distintas transformaciones de datos.

III.1.3.2 Cokriging simple con modificación del número de retardos y rango (Cks_Gis_mod_r).

El modelo de partida sigue siendo cokriging simple con transformación logarítmica de los datos de actividad. Si solamente se modifica el lag(retardo) a 10000, el rango dado por defecto es de 118 Km. El tamaño del lag influye en el número de pares de puntos que intervienen en el cálculo de la semivarianza. Como resultado de esta modificación se observa que los parámetros que definen el semivariograma, como se ve en la siguiente figura, son muy similares al modelo anterior, reflejando una dependencia espacial de las variables y una estadística semejante.

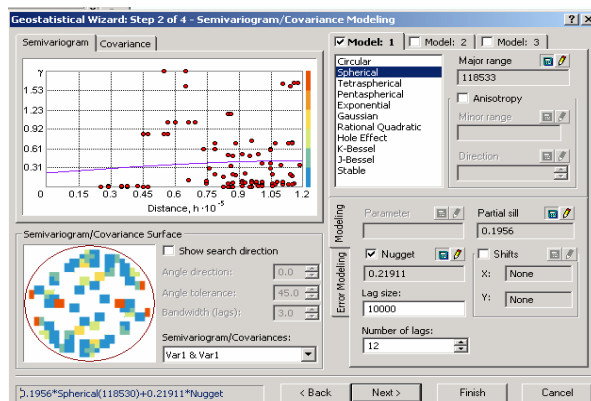


Figura 46.- Semivariograma de Actividad de ^{137}Cs .

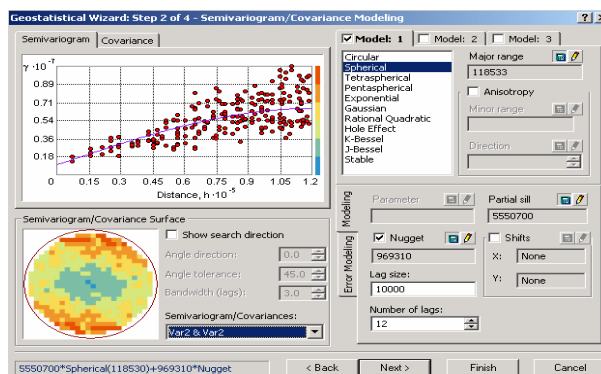


Figura 47.- Semivariograma de precipitación.

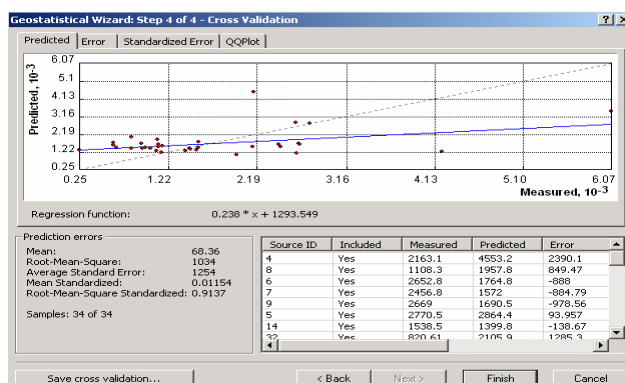


Figura 48.- Estadística del modelo.

Si además de la modificación anterior variamos el rango del semivariograma disminuyéndole a 95 Km, se obtiene el modelo Cks_Gis_mod_r cuyos parámetros quedan recogidos en la tabla 10 y 11.

La línea de ajuste (azul) sobre la grafica de valores predichos frente a medidos (fig. 49) es prácticamente igual en los dos modelos a simple vista, pero los criterios de valoración revelan valores de la raíz media cuadrática (1112) y el error estándar medio (1291) de los errores de predicción, más próximos para este segundo modelo. La media estandarizada es 0.03512 y la raíz media cuadrática estandarizada es 1.061.

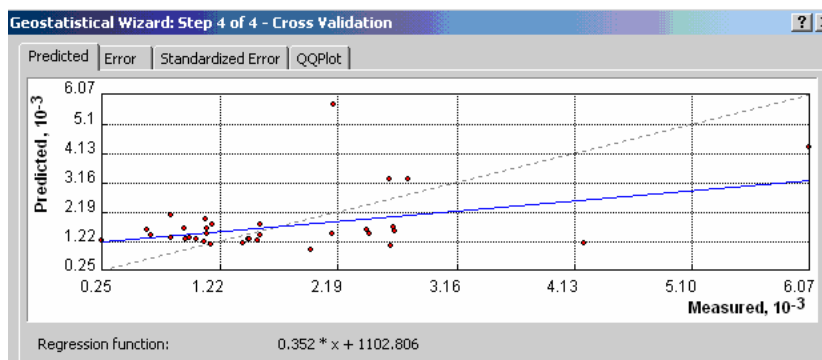


Figura 49.- Grafica de valores predichos frente a medidos para modelo Cks_Gis_mod_r.

La proporción nugget/meseta es mejor para este modelo que para los dos anteriores, para la variable de actividad (8%), lo que revela una mejor dependencia espacial, mientras que para la variable de precipitación es prácticamente igual (14% - 12%) en los dos modelos.

La representación gráfica de este modelo es la siguiente

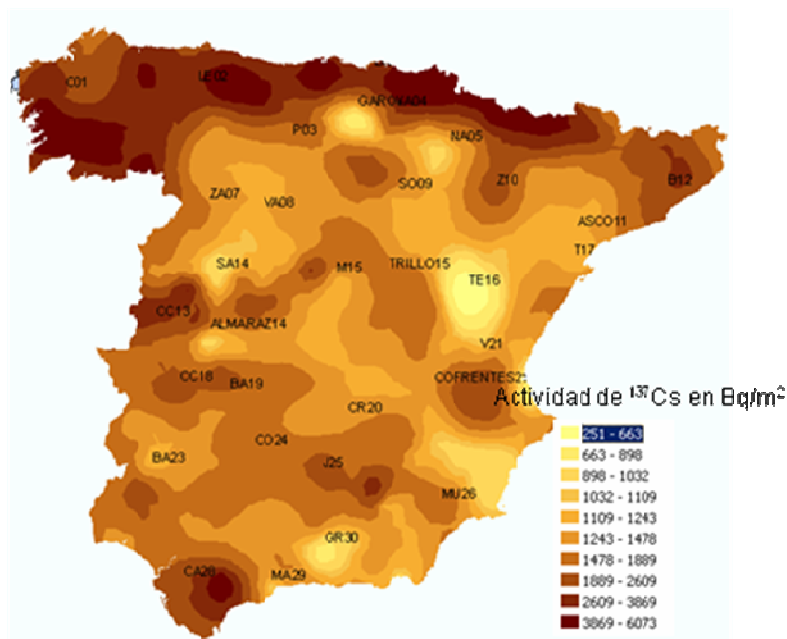


Figura 50.- Cokriging simple con modificación de Lag y rango.

III.1.3.3 Cokriging ordinario (Ock).

Como ya se ha dicho el modelo cokriging con algoritmo ordinario es similar a cokriging universal con tendencia constante. Los parámetros del semivariograma y las estadísticas del modelo quedan recogidos en las tablas 10 y 11. La representación gráfica se corresponde con la fig.51, mostrando un modelo poco desarrollado y con poca dependencia espacial como muestra la relación n/s.

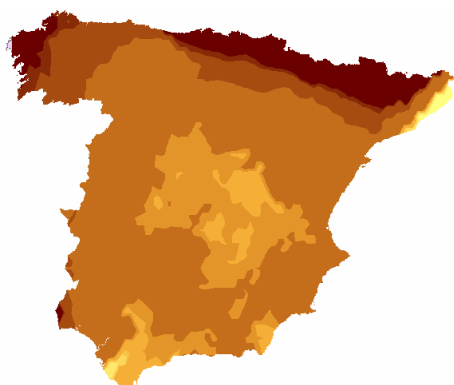


Figura 51.- Cokriging ordinario.

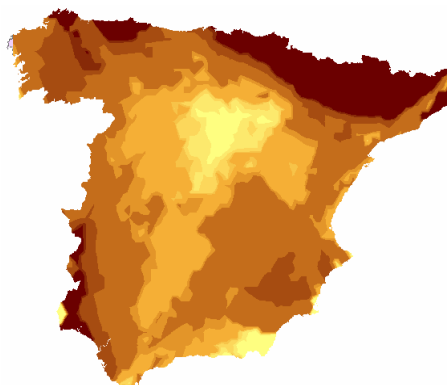
III.1.3.4 Cokriging universal

Se estudia cokriging universal con tendencia de primer orden la variable de actividad de ^{137}Cs (Uck1st), segundo orden en la variable de actividad de ^{137}Cs (Uck2nd_cte) y un último caso con tendencia de cuadrática para las dos variables (Uck2nd_2nd). Los valores que definen los modelos se recogen en la tabla 10 y 11.

Uck1st



Uck2nd_cte



Uck2nd_2nd

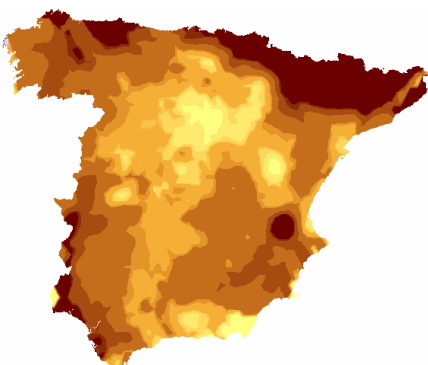


Figura 52.- Cokriging Universal.

III.1.4 Evaluación de los modelos geoestadísticos.

Para valorar los distintos modelos analizados y seleccionar el más adecuado se estudian los criterios de validación estadísticos, resumidos en la tabla 12.

Tabla 12.- Resumen de los criterios de valoración estadísticos para los modelos analizados.

	Error Medio	RMS	ASE	Media stand	RMSS
K_simple_Gis	-19.69	1121	986.3	-0.0179	1.132
Ks_varSGeMS	-89.3	1220	927.4	0.0744	1.311
OK_log	-31.57	1228	1457	0.0764	0.934
KoLg_varSGeM	-47.31	1234	1352	-0.099	1.008
UK_1st	89.62	1866	1735	0.09172	0.9652
UK_1st_log	106.9	1695	88820	-0.2983	1.762
UK_2nd	1791	8866	17140	0.07536	0.9158
Cks_Gis	55.23	1030	1248	0.01946	0.888
Cks_Gis_mod_r	108.2	1112	1292	0.03512	1.061
Cks_varSGeM	-71.13	1180		0.0585	1200
ock	-62.61	1226	1147	-0.049	1.065
Uck1st	166.5	1269	1248	0.1425	1.002
Uck2nd_cte	-129	1745	2212	0.02	0.9857
Uck2nd_2nd	-158	1685	2093	-0.012	1.035

Con el objetivo de conseguir un modelo adecuado, la media de los errores de predicción debe ser cero o lo más pequeña posible. Dado que este valor depende de la escala de los datos, fijamos nuestra atención en la media estandarizada (media de los errores de predicción/ ASE), buscando el menor. Se observa que los modelos analizados prácticamente no presentan sesgo, como era de esperar, ya que es una de las condiciones impuestas en la obtención de ecuaciones kriging (apartado II.3.1.4.).

La media cuadrática de los errores de predicción (RMS) es una medida de cuanto se desvía la serie dependiente respecto a los valores pronosticados por el modelo, por tanto, mide la magnitud de los errores, por eso el mejor modelo será el que nos devuelva una media cuadrática menor. En los valores recogidos en la tabla 12 se observan valores muy similares de RMS para todos los modelos, excepto kriging universal. Los RMS menores son los conseguidos con el modelo simple tanto par modelos univariable como multivariable. También es importante que la diferencia entre RMS y ASE sea pequeña, porque valores similares de estas dos magnitudes indican una correcta valoración de la variabilidad de la predicción. Las diferencias menores se dan en los modelos multivariable. El valor de la raíz media cuadrática estandarizada (RMSS) debe ser lo más próxima a uno. Al igual que ocurre con los valores de RMS, todos los modelos presentan valores de RMSS similares y cercanos a uno. Del análisis de estos criterios de validación, por tanto, solo podemos concluir en que los modelos multivariable, en general,

aportan mejores resultados. Siendo el modelo de cokriging simple (Cks_Gis) el que tiene menor valor para RMS (1030) y por tanto el más adecuado.

La transformación logarítmica de los modelos no los optimiza en ningún caso.

III.1.5 Validación.

Se han utilizado medidas no realizadas en este trabajo para comprobar la exactitud de alguno de los modelos realizados. Las medidas de actividad de ^{137}Cs utilizadas se han extraído de la bibliografía. Se revisaron, bibliográficamente, datos de actividad de ^{137}Cs , tanto en estudios realizados en la península Ibérica, como en países del entorno mediterráneo. Entre las referencias halladas se han considerado comparables, dado el modelo general de migración de vertical de ^{137}Cs en suelo, aquellas que superan una profundidad igual o superior 20cm.

Se resume en dos tablas los datos encontrados en la bibliografía. La tabla 13 recoge estudios realizados en la península Ibérica y la tabla 14 estudios realizados en países del entorno mediterráneo.

Tabla 13.- Inventarios de ^{137}Cs medidos por distintos autores en la península Ibérica

Autor	Año	Localización	Inventario de ^{137}Cs		Profundidad (cm)
			Media	Rango	
Gascó, Antón (67)	2000/2	Doñana		514 - 3758	30
Navas (30)	2005	Pirineos	400		55
Navas(25)	2007	Valle del Ebro		1190 - 1710	30-40
Baeza (68)	1995/6	Almaraz	1800±300		19
Sanchez-Cabeza (24)	2007	Lerida		1448 - 6911	50
Sanchez-Cabeza (24)	2007	Palencia		564 - 3090	50
Soto (27)	2008	Huesca	1570±80		40-45
Llauradó (69)	1994	Cataluña	10500		15
Estrany, Walling (70)	2010	Mallorca		1205 - 1963	18

Tabla 14.- Inventarios de ^{137}Cs medidos por distintos autores en zona mediterránea.

Autor	Año	Localización	Inventario de ^{137}Cs		Profundidad (cm)
			Media	Rango	
Petropoulos (71)	2000	Grecia	12000		1
Rezzoug (72)	2006	SE Francia		16000-38000	18
Nouira (73)	2002	Casablanca	1587	1268-1930	32
Al-Masri (74)	2006	Siria		320-9647	30
Renaud (75)	2003	E Francia		1250-40000	50
Astori (76)	1999	Italia(SPiamonte)	3368	580-6610	100
Barisic (77)	1999	Croacia		6495-11425	25

Se observa que excepto Rezzoug y Renaud que obtiene unos valores muy altos por estar midiendo en una zona montañosa muy afectada por el accidente de Chernobyl, el resto de estudios, incluido en el que está basado este trabajo, están próximos al valor dado por el UNSCEAR 93 (2) para latitudes entre 40-50° (2910 Bq/m²).

Los valores encontrados en la bibliografía, para los que se dispone de su localización exacta, coordenadas UTM, son los utilizados para realizar la validación de los modelos obtenidos en el presente trabajo. Esta validación se ha desarrollado mediante la herramienta de geoestadística disponible en GIS.

En la tabla 15 se resumen las coordenadas de dichos puntos y la actividad medida por los distintos autores.

Tabla 15.- Puntos de medida para validación

CODIGO	COORDX	COORDY	INVENTARIO (Bq/m²)	Autor
L2	293896	4615934	1749	Sanchez-Cabeza
L3	315270	4631531	1448	"
L4	318786	4652363	2414	"
L5	331526	4679188	2943	"
L6	316829	4721399	5142	"
L7	317205	4723526	6378	"
P1	371458	4660700	589	"
P2	371640	4664248	1071	"
P3	368147	4678770	1613	"
P4	357031	4710069	1781	"
P5	358356	4711613	2336	"
P6	356100	4742108	3228	"
P7	349020	4749120	2214	"
P8	368216	4757231	3006	"
LM	726608	4107312	456,06	Gascó, Antón et al
HT	713287	4430933	1265,69	"
J	726782	4098063	755,41	"
EP	721723	4122019	915,27	"
ML	717311	4118079	2384,62	"
M	722405	4094246	3417,80	"
AI	270380	4412705	1411,46	Baeza

Los modelos validados son los que han dado mejores resultados estadísticos. Con el modelo realizado en III.1.3.2 cokriging simple con modificación del retardo y rango se obtiene los siguientes valores:

Tabla 16.- Valores de los puntos de medida para validación

CODIGO	INVENTARIO	PREDICHOS	ERROR medio	ASE	Media estandarizada
P1	589	1288	699	712	0,981849
P2	1071	1318	247	718	0,343722
P3	1613	1398	-215	724	-0,296428
P4	1781	1601	-180	878	-0,204867
P5	2336	1639	-697	901	-0,773137
P6	3228	3268	40	1934	0,020841
P7	2214	3891	1677	2342	0,716218
P8	3006	3462	456	2087	0,21843
AL	1411	938	-473	320	-1,479289
I2	1749	1329	-420	867	-0,48492
I3	1448	1405	-43	921	-0,04632
I4	2414	1510	-903	956	-0,94553
I5	2943	2054	-889	1263	-0,704117
I6	5142	3293	-1849	2122	-0,871257
I7	6378	3226	-3152	2088	-1,509602
LM	456	1715	1259	1101	1,142969
HT	1266	1703	437	1096	0,399044
J	755	1738	983	1101	0,892961
EP	915	1660	744	1065	0,699445
ML	2385	1626	-759	1033	-0,734476
M	3418	1713	-1705	1093	-1,560287

Tabla 17.- Criterios de validación de los puntos de medida para validación

RMSE	1118
MEDIA Error medio de los residuos	-225,857143
MEDIA estandarizada de los residuos	-0,19975005

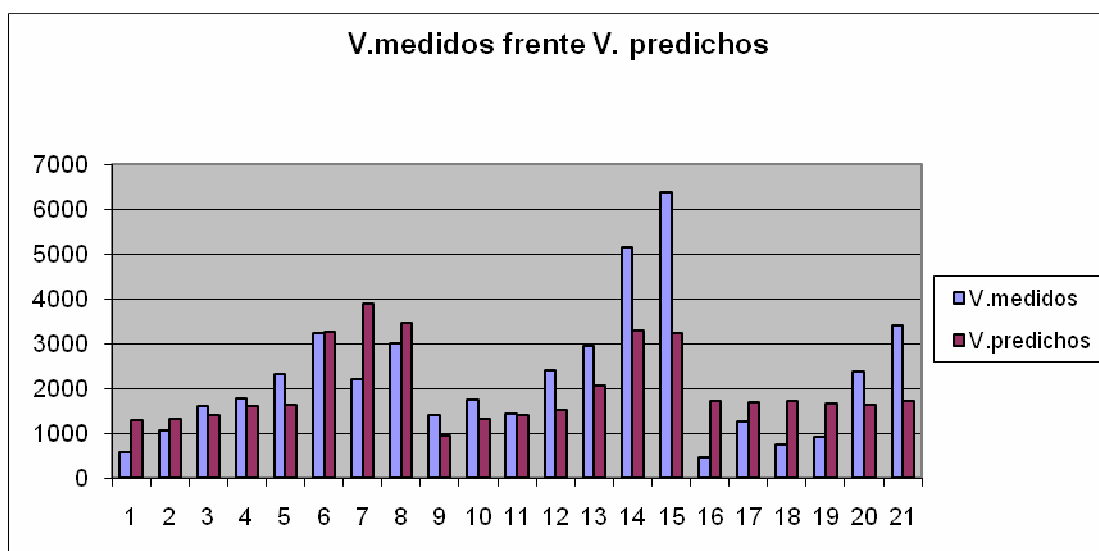


Figura 53.- Valores medidos frente a valores estimados.

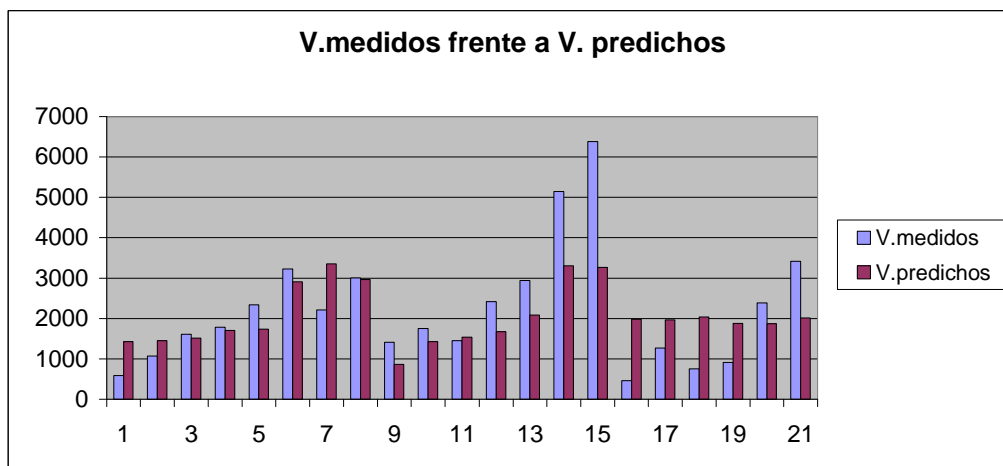
Con el modelo realizado en III.1.3.1 cokriging simple se obtiene

Tabla 18.- Valores de los puntos de medida para validación

CODIGO	INVENTARIO	PREDICHOS	ERROR medio	ASE	Media estandarizada
P1	589	1427	838	835	1,004
P2	1071	1451	380	827	0,459
P3	1613	1512	-101	781	-0,129
P4	1781	1707	-74	995	-0,074
P5	2336	1737	-599	1011	-0,592
P6	3228	2910	-318	1991	-0,160
P7	2214	3352	1138	2373	0,480
P8	3006	2966	-40	2100	-0,019
AL	1411	863	-548	206	-2,660
I2	1749	1430	-319	992	-0,322
I3	1448	1538	90	1128	0,080
I4	2414	1672	-742	1244	-0,596
I5	2943	2084	-859	1541	-0,557
I6	5142	3306	-1836	2464	-0,745
I7	6378	3263	-3115	2437	-1,278
LM	456	1984	1528	1400	1,091
HT	1266	1966	700	1398	0,501
J	755	2037	1282	1396	0,918
EP	915	1880	965	1376	0,701
ML	2385	1874	-511	1366	-0,374
M	3418	2010	-1408	1390	-1,013

Tabla 19.- Criterios de validación de los puntos de medida.

RMSE	1091,84726
MEDIA ERROR	-169
MEDIA estandarizada	0,15651208

*Figura 54.- Valores medidos frente a valores estimados.*

Entre los dos modelos validados se observan bastantes semejanzas, aunque los valores de RMS son ligeramente mejores para el modelo realizado con Cokriging simple. En los dos casos son los valores de actividad de ^{137}Cs extremos los que presentan los mayores errores de estimación. Estos valores extremos podrían estar causados por procesos de redistribución, de manera que el inventario medido no se correspondiera con la actividad original depositada. Para modelar estos valores debería realizarse un estudio mas detallado. Además de aumentar el número de muestras tomadas habría que tener en cuenta otras variables como el relieve, tipo de suelo, etc.

III.2 Modelos analizados con R.

Se utiliza el software R (5) para realizar superficies de estimación de Actividad de ^{137}Cs en suelos, a partir de los datos medidos en el proyecto (4). El objetivo es comparar los modelos obtenidos mediante R y los obtenidos con el SIG para su validación y posible optimización.

Se intentan realizar modelos similares con los dos software, esto es, partir de los mismos datos y supuestos iniciales, y a pesar de las limitaciones propias de cada programa. Así, de igual forma que con la herramienta de análisis geoestadístico de SIG, apartado 9.2, se realizan tanto modelos en los que solo intervienen datos de actividad de ^{137}Cs (técnica kriging) como modelos en los que además de estos datos de actividad medidos, se utilizan datos de precipitación (técnica cokriging). La tabla 20 muestra todos los modelos realizados con el software R, así como los parámetros relevantes de cada uno de ellos.

Tabla 20.- Resumen de modelos realizados con R

Modelos kriging (R)							
Sin transformación de datos				Con transformación de datos			
Nombre	Meseta parcial	Rango	N	Nombre	Meseta parcial	Rango	N
KO=KS	1269375	36.4		KO_log	0.3773	32.8	
KU1st	1228.247	44.9		KU1st_log	0.367	30.15	
KU2nd	1084725	63.4		KU2nd_log	0.326	47.4	
Modelos cokriging							
Sin transformación de datos				Con transformación de datos			
Nombre	Meseta parcial	Rango	N	Nombre	Meseta parcial	Rango	N
cKO=cKS	1004689	30.8		cKO_log			
cKU1st+prec	931959	43.2		cKU1st_log	0.3	30.37	
cKU2nd+prec	884748	42.5		cKU2nd+prec_lg	0.3	36.9	

En el anexo I se recogen la secuencia de órdenes necesarias para que R ejecute los distintos modelos. Se explican detalladamente cada una de estas órdenes solo para el último modelo - cKU2nd+prec, (anexo I-f) - ya que este modelo, por ser el más completo, reúne todas las órdenes utilizadas en los demás.

Los datos utilizados se recogen en los siguientes ficheros dentro del anexo II.

- Fichero de texto: radiact.txt que recoge las coordenadas y medidas de actividad de Cs-137 en Bq/m² de las 34 estaciones de muestreo. Anexo II_a
- Fichero de texto: datosprec.txt que recoge las coordenadas y datos de precipitación media anual en mm para las 778 estaciones meteorológicas. Anexo II_b
- Fichero de texto: Costa.txt que recoge las coordenadas que delimitan la península Ibérica. Anexo II-c

De manera general en cada modelo:

- A cada una de las 34 estaciones de muestreo se le asigna el valor de precipitación media anual de la estación meteorológica más cercana.
- Se define la red de puntos para los que posteriormente se realiza la interpolación. Esta es una red cuadriculada de 1234 puntos delimitada por el contorno peninsular y la frontera portuguesa. A cada una de las coordenadas que definen los puntos de esta red (1234) se le asigna también el valor de precipitación media anual de la estación meteorológica más próxima.
- Se estudia la correlación espacial en los datos a través de la función `likfit` de R. La función `likfit` (maximum likelihood) se usa para estimación de parámetros, en modelos de regresión sobre distribuciones gaussianas, basada en el método de máxima verosimilitud/probabilidad.
- Se realiza la validación cruzada de los datos.
- Se aplican los distintos algoritmos kriging.
- Se representa el modelo gráficamente.

Se realiza un modelo inicial para los datos de precipitación, de la misma manera que se realizó con el GIS. A partir de los valores iniciales de meseta parcial (partial sill) =1000 y rango (range) =15 se obtienen los parámetros: meseta parcial = 18207786, nugget = 765250 y rango = 229.2 que nos definen el semivariograma teórico. La proporción de nugget/sill es del 4 % que indica una buena dependencia espacial. El semivariograma obtenido es el que refleja la fig. 55.

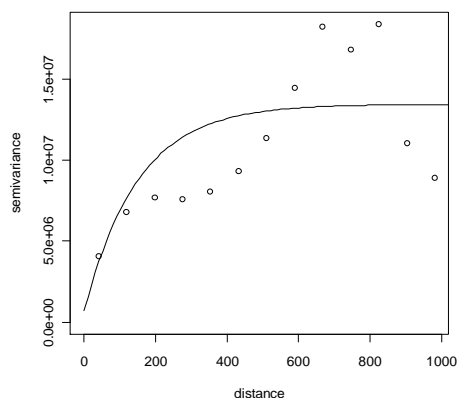


Figura 55.- Semivariograma de datos de precipitación.

La validación cruzada de los datos de precipitación para el modelo establecido por el `likfit` se resume en el gráfico de R, fig.56. Se observa que la representación de los datos medidos frente a los estimados se sitúa sobre una línea de pendiente 1, existiendo solo algunos valores muy alejados esta línea. La representación de probabilidad teórica frente a observada sigue también aproximadamente una línea de pendiente 1. Tanto la distribución de datos estimados como la de errores son normales. En conjunto, la validación cruzada de este modelo para los datos de precipitación es satisfactoria.

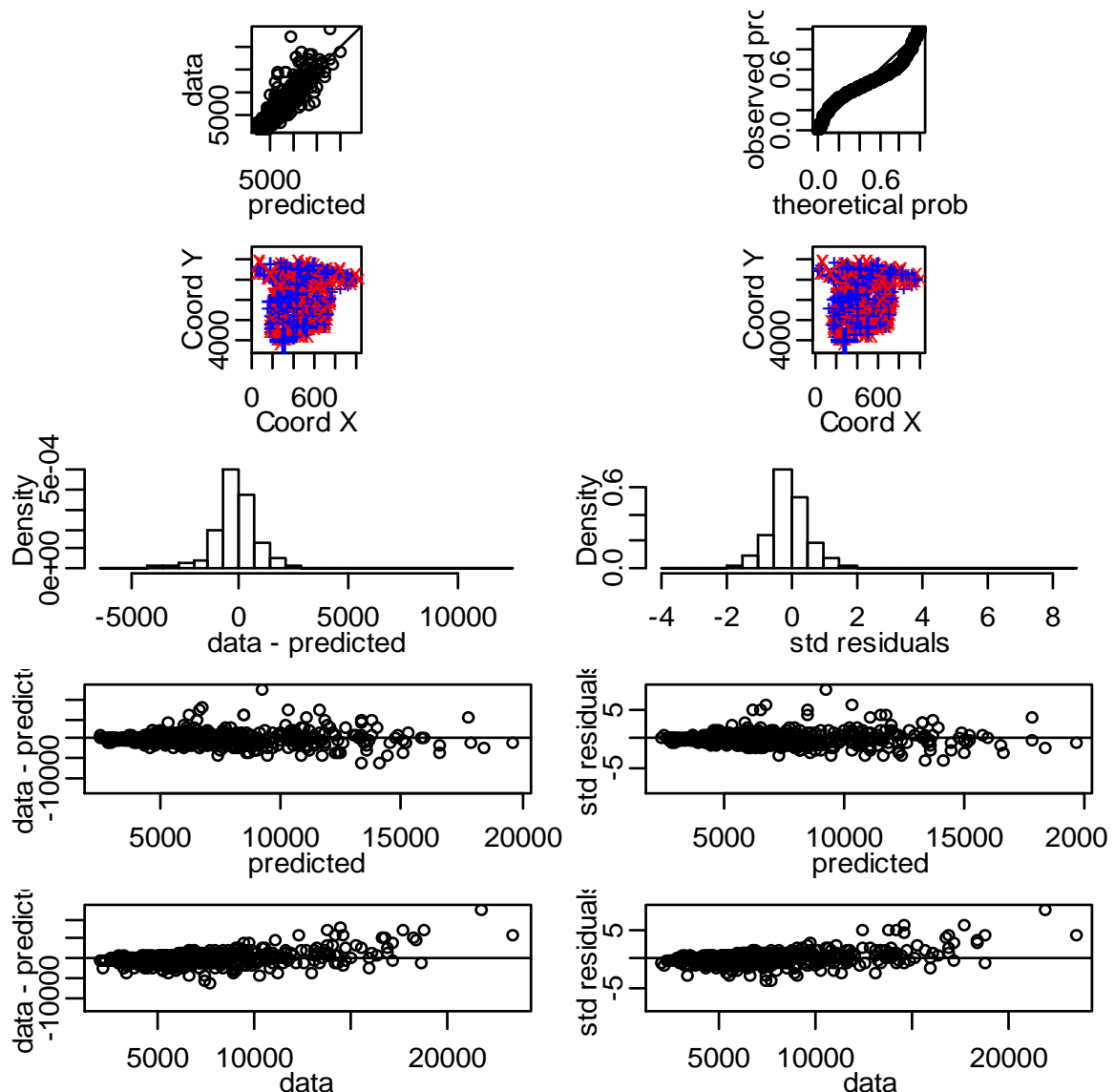


Figura 56.- Validación cruzada de datos de precipitación.

Se realiza la validación cruzada de los datos de actividad de ^{137}Cs para los distintos modelos. En la figura 57 se expone el resumen de la validación para el modelo bivariable - cKU2nd+prec- en el que intervienen datos de precipitación y datos actividad de ^{137}Cs con una tendencia de segundo orden (ver el desarrollo completo del modelo en el anexo I). Se observa que los modelos en los que intervienen las dos variables son similares, en la distribución de depósitos de actividad de ^{137}Cs , a los realizados con la herramienta de análisis geoestadístico de SIG (ver Figs. 64, 66 y 68). Los modelos realizados con transformación logarítmica de los datos no mejoran la representación gráfica final.

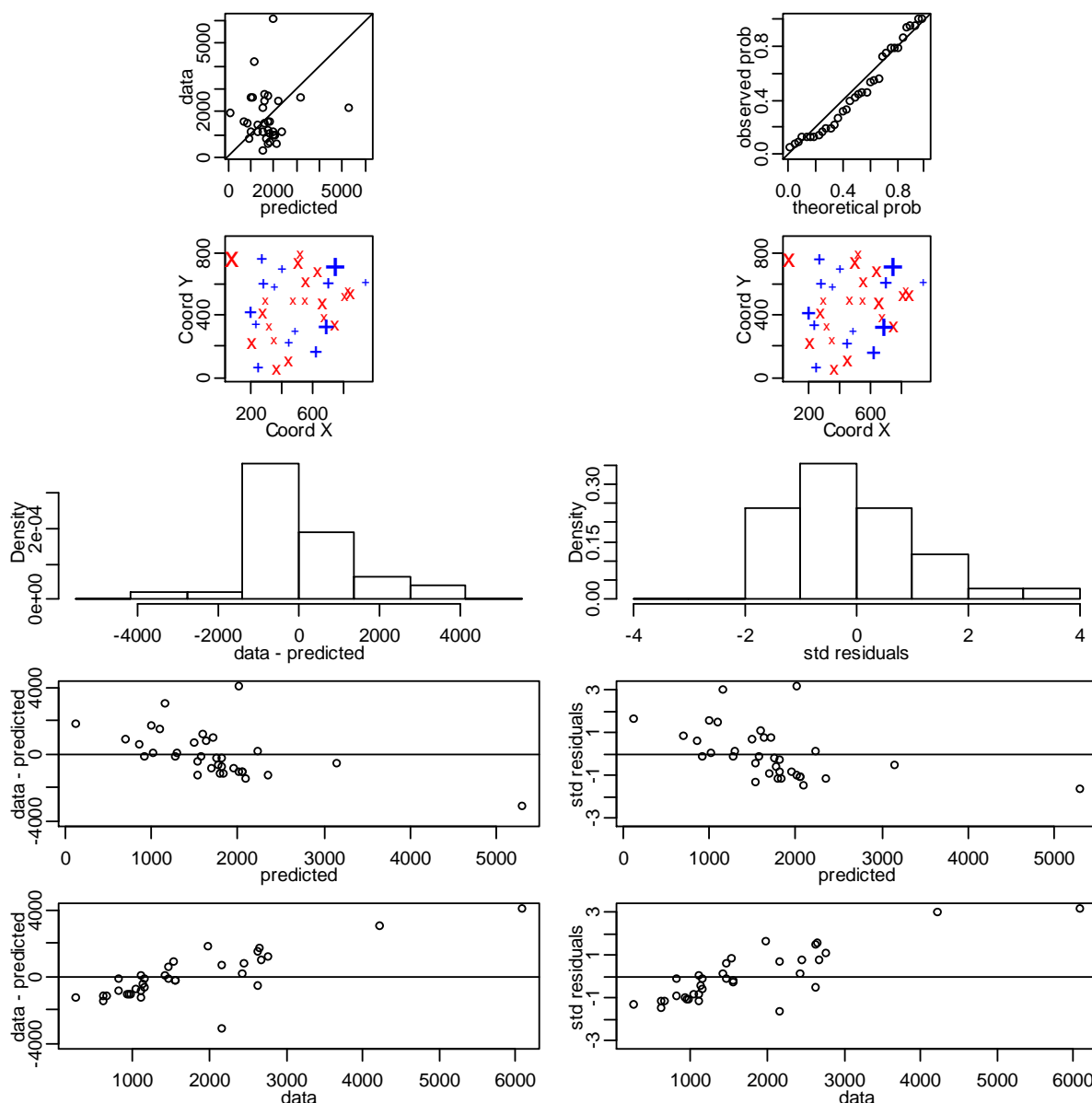


Figura 57.- Validación cruzada de datos de actividad de ^{137}Cs .

La diferencia entre las dos validaciones anteriores, más evidente, viene dada por la diferencia en el número de datos con que se ha realizado cada una de ellas. A pesar de ello, para los datos de actividad de ^{137}Cs , se observa, en la representación de los datos medidos frente a los estimados que la mayoría se sitúan sobre una línea de pendiente 1, cerca del origen. La representación de probabilidad teórica frente a observada sigue también aproximadamente una línea de pendiente 1. Tanto la distribución de datos estimados como la de errores son casi-normales. En conjunto, la validación cruzada de este modelo para los datos de precipitación es satisfactoria.

A continuación se exponen detalladamente los modelos realizados. Para cada uno de ellos se estudia la correlación espacial de sus datos y se obtienen los parámetros que definen el semivariograma (tabla 20) y que se utilizan posteriormente en la interpolación kriging.

III.2.1 Modelos realizados con datos de Actividad de Cs-137.

III.2.1.1 Modelo con media constante: KO, KS.

Los modelos realizados con kriging ordinario o simple son semejantes. Si se realiza una transformación logarítmica de los datos se obtienen modelos que presentan diferencias, tanto en el semivariograma como en el grafico final. Desarrollo del modelo en anexo1-a

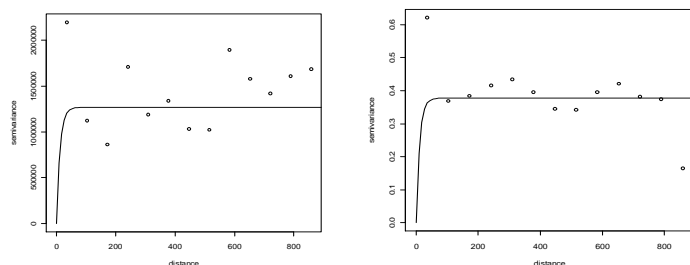


Figura 58.- Semivariograma del modelo con media constante sin transformación de los datos (izq.) y con transformación (der).

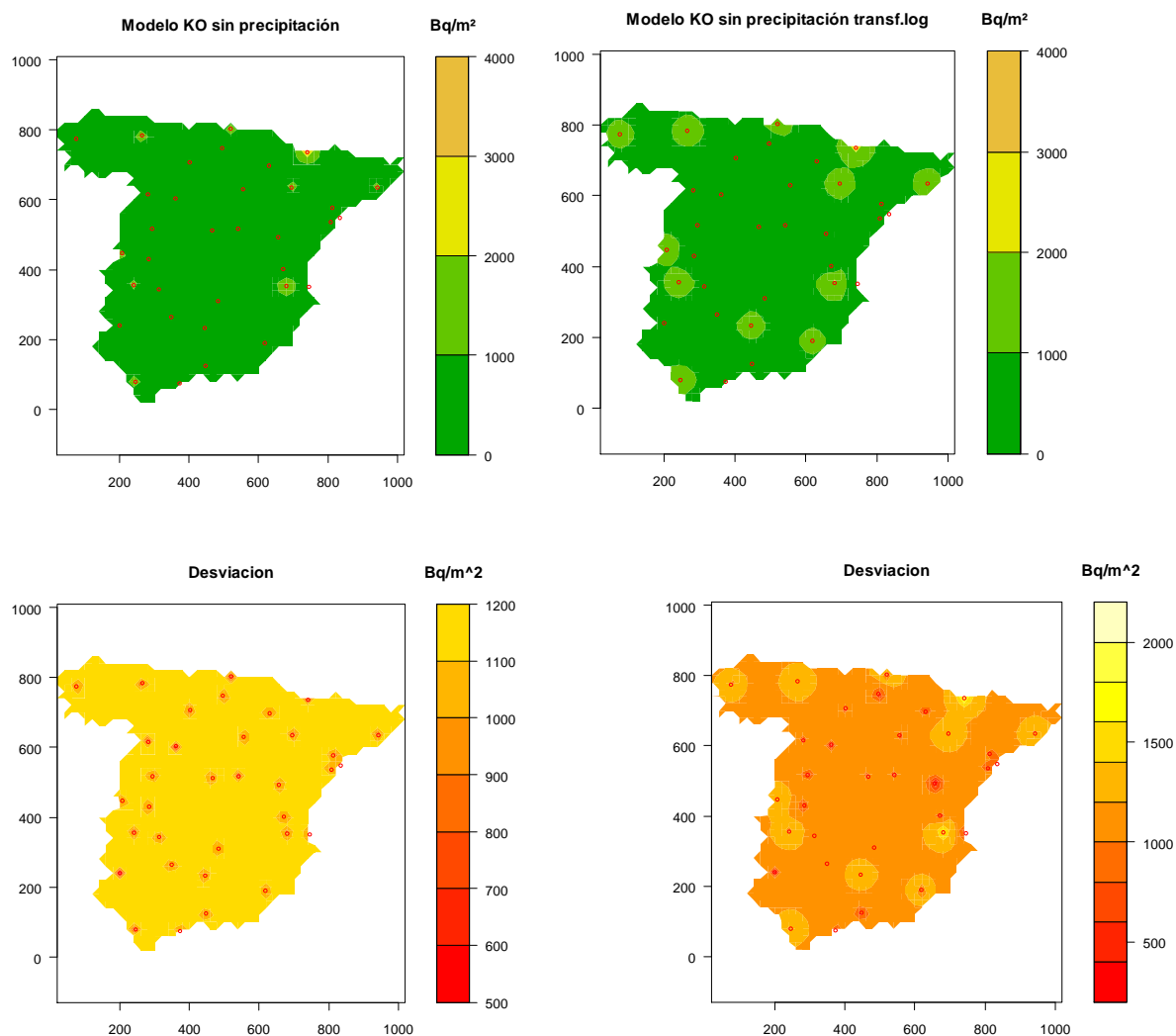


Figura 59.- Representación gráfica del modelo con media constante y de la desviación de los datos del modelo. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.

III.2.1.2 Modelo con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales: KU1st.

El desarrollo del modelo realizado con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales se recoge en el anexo I-b. Se analizan los datos sin transformar y con transformación logarítmica. Los semivariogramas obtenidos son los representados en la fig. 60. Los parámetros que los definen están recogidos en la tabla 20.

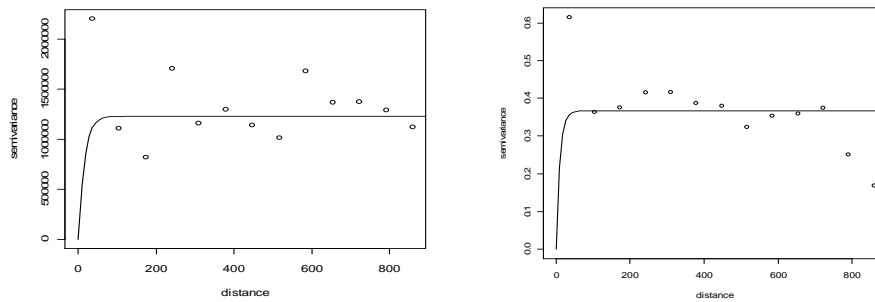


Figura 60.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).

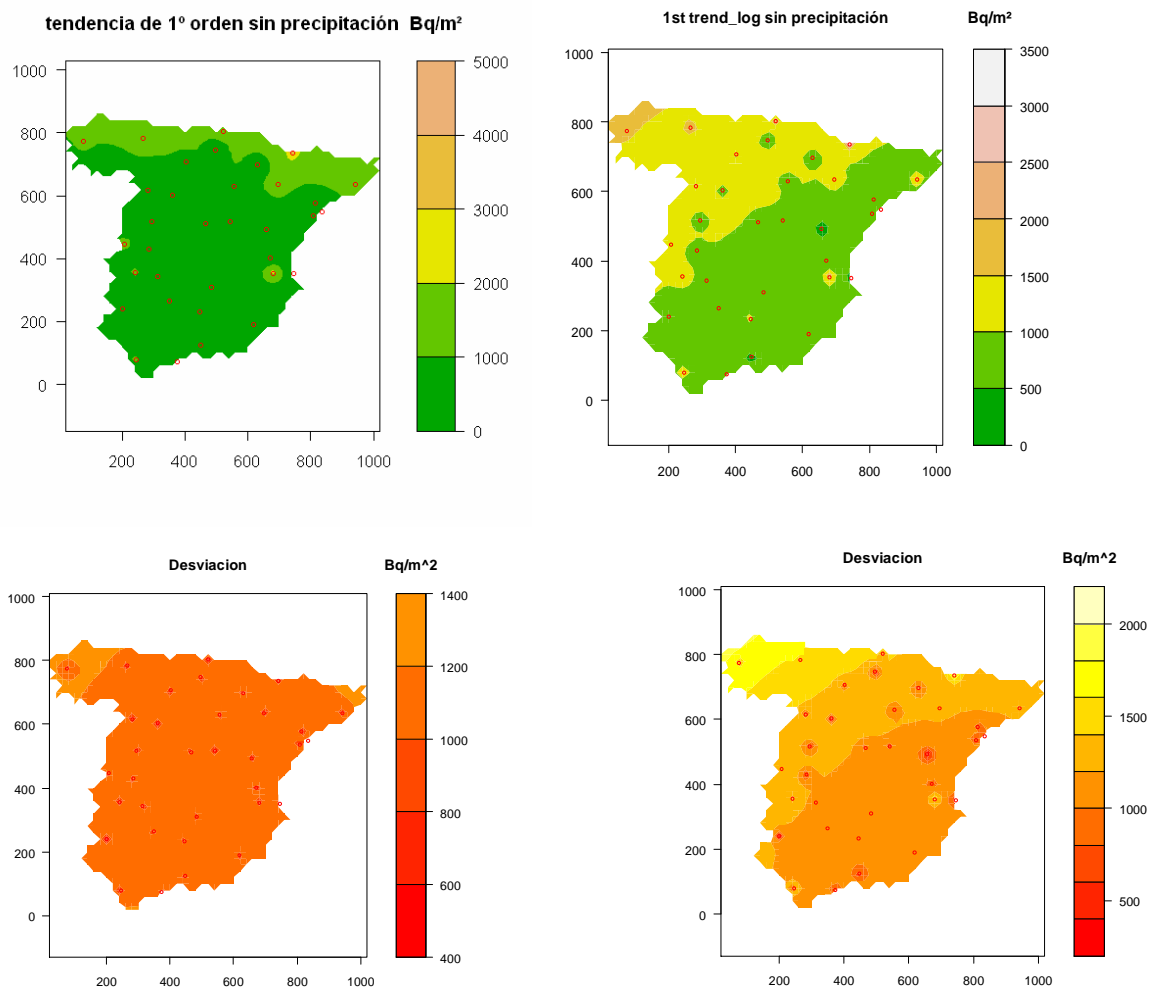


Figura 61.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.

III.2.1.3 Modelo con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales: KU2nd.

El desarrollo del modelo realizado con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales se recoge en el anexo I-c. Se analizan los datos sin transformar y con transformación logarítmica. Los semivariogramas obtenidos son los representados en la fig. 62. Los parámetros que los definen están recogidos en la tabla 20.

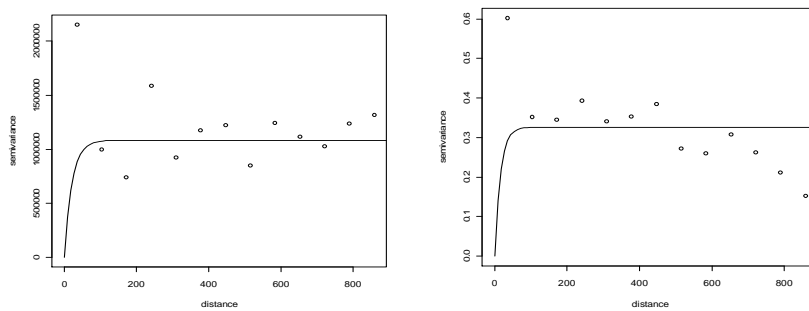


Figura 62.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).

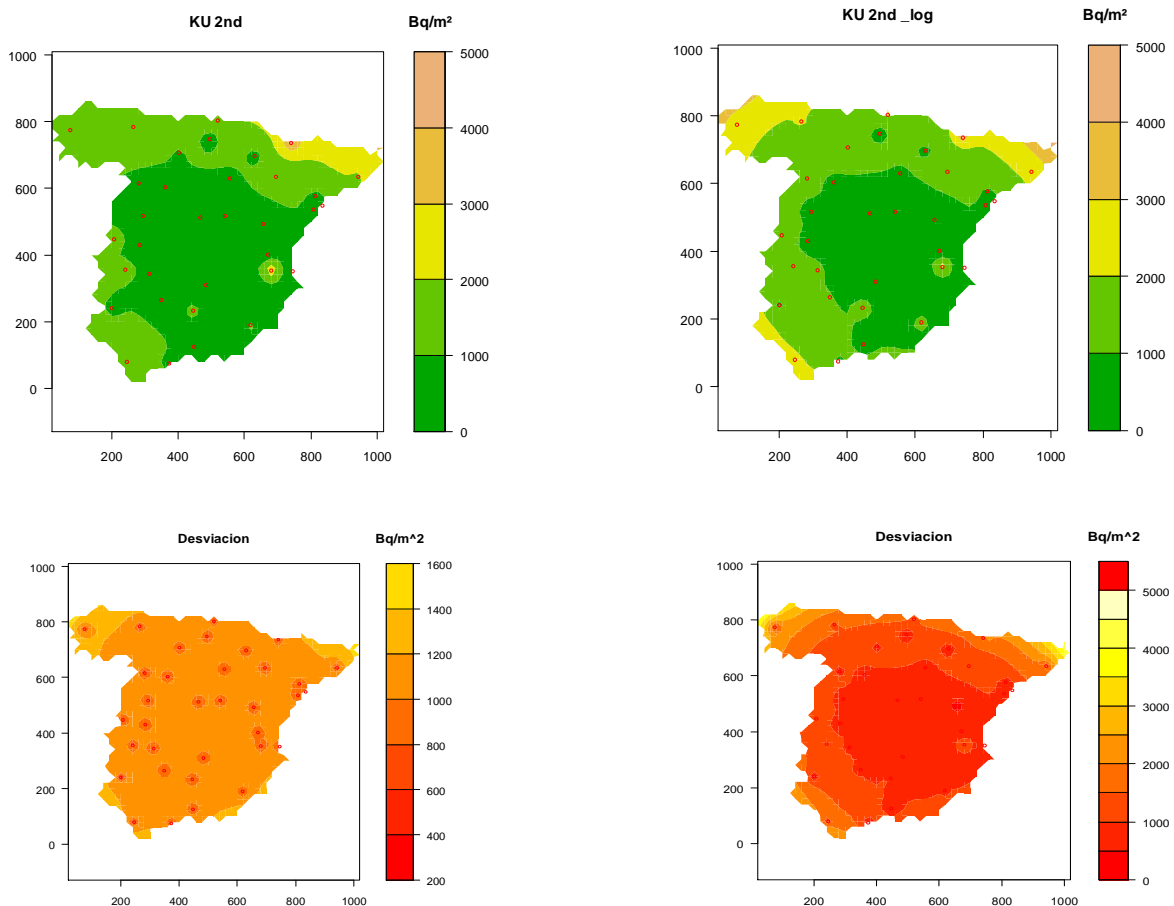


Figura 63.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.

III.2.2 Modelos realizados con datos de Actividad de Cs-137 y de precipitación.

III.2.2.1 Modelo con media constante e influencia de datos de precipitación: cKO, cKS.

El desarrollo del modelo realizado con media constante, conocida o no, y con influencia de los datos de precipitación se recoge en el anexo I-d. Se analizan los datos sin transformar y con transformación logarítmica. El semivariograma obtenido se representa en la fig. 64. Los parámetros que definen el modelo están recogidos en la tabla 20.

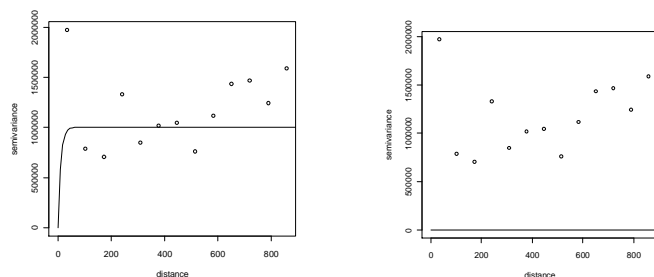


Figura 64.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).

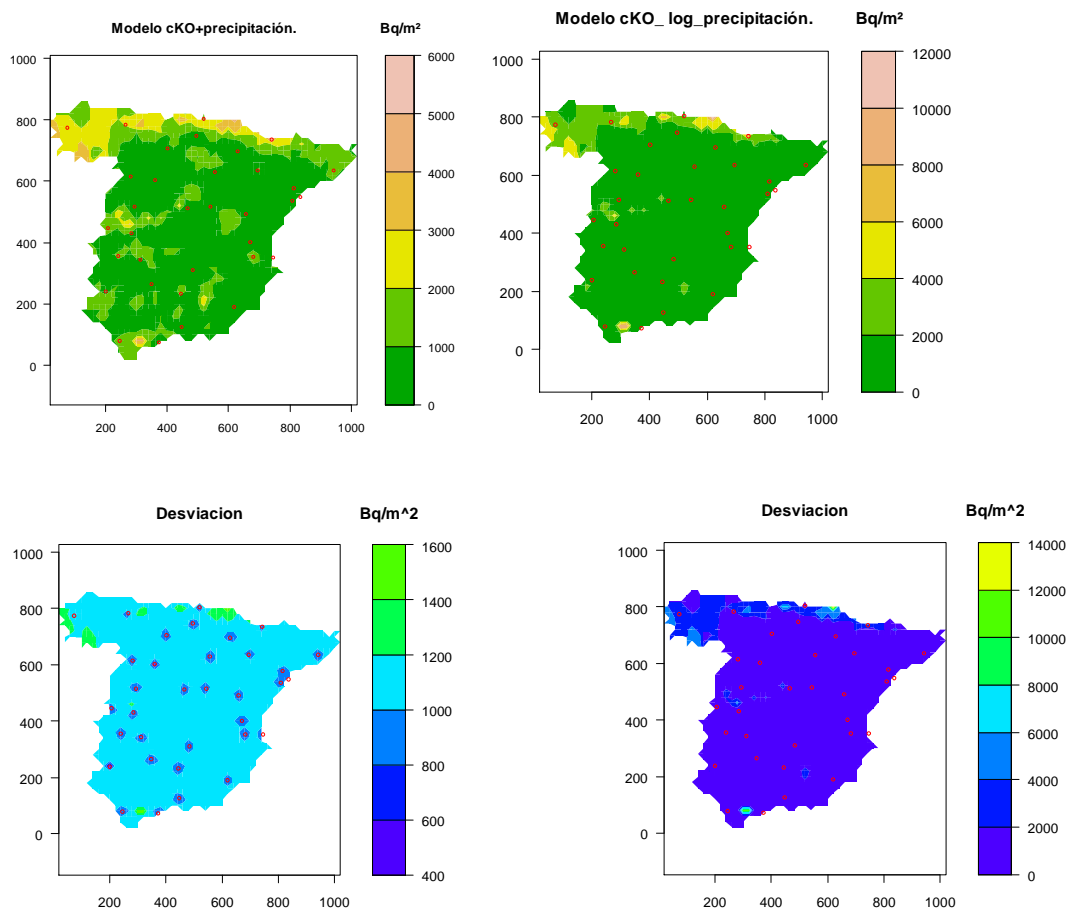


Figura 65.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.

III.2.2.2 Modelo con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación: cKU1st+prec.

El desarrollo del modelo realizado con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación se recoge en el anexo I-e. Se analizan los datos sin transformar y con transformación logarítmica. Los semivariogramas obtenidos son los representados en la fig. 66. Los parámetros que los definen están recogidos en la tabla 20.

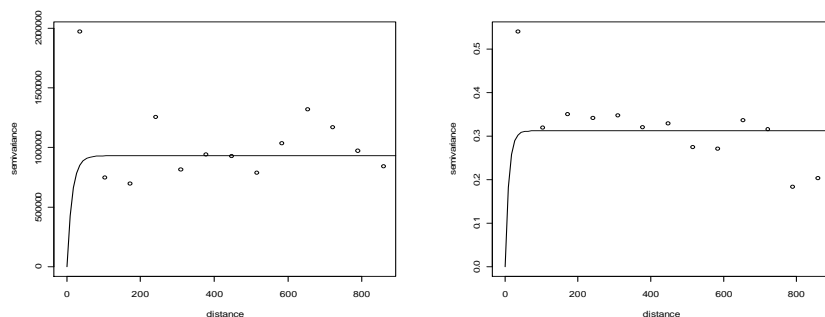


Figura 66.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).

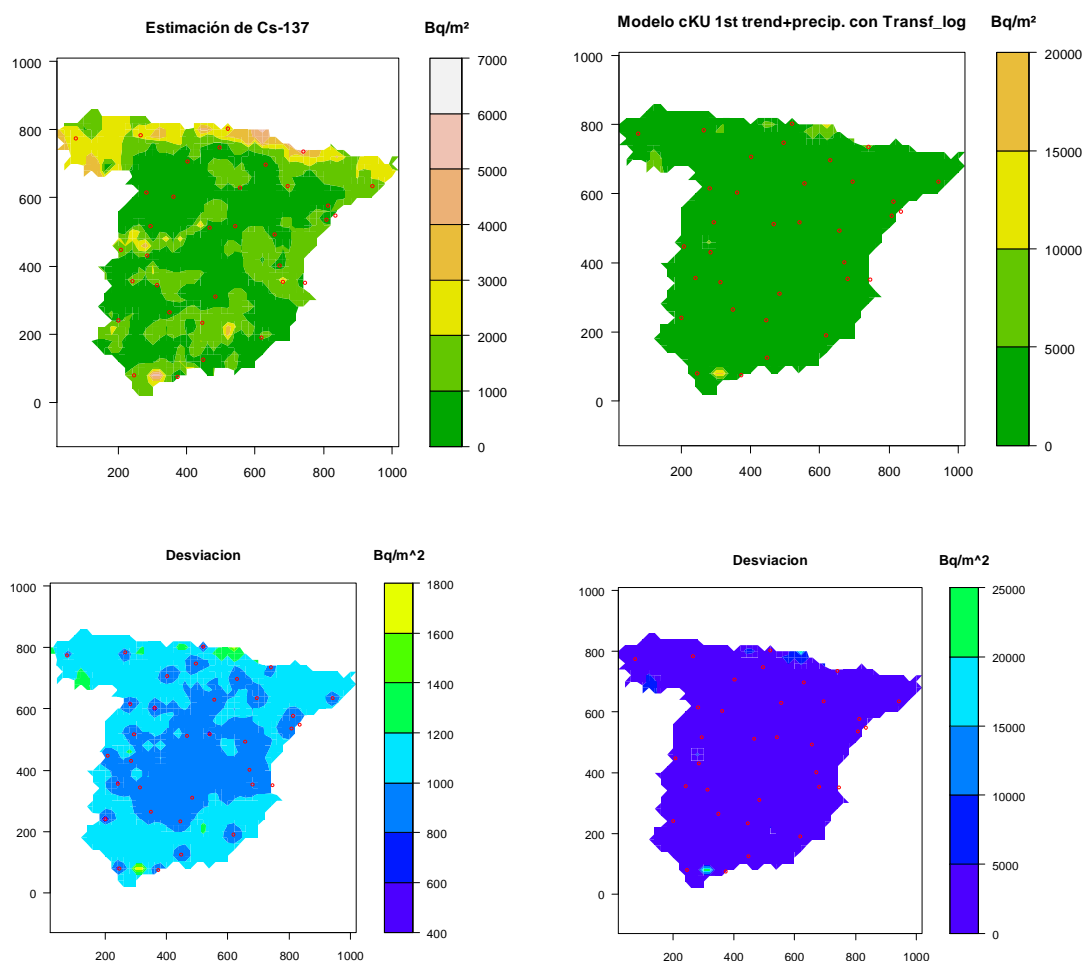


Figura 67.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.

III.2.2.3 Modelo con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación: cKU2nd+prec.

El desarrollo del modelo realizado con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación se recoge en el anexo I_f. Se analizan los datos sin transformar y con transformación logarítmica. Los semivariogramas obtenidos son los representados en la fig. 68. Los parámetros que los definen están recogidos en la tabla 20.

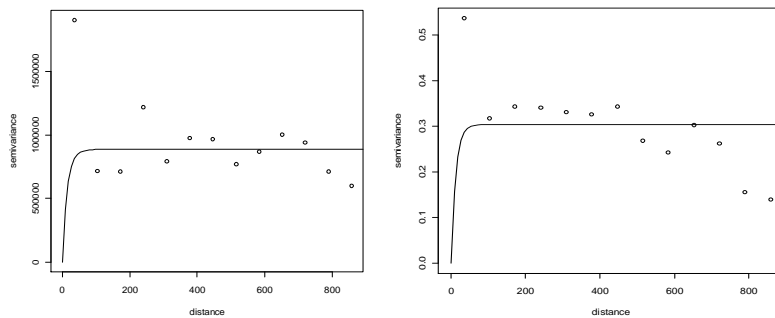


Figura 68.- Semivariograma del modelo: datos sin transformar (izq.) y con transformación logarítmica (der).

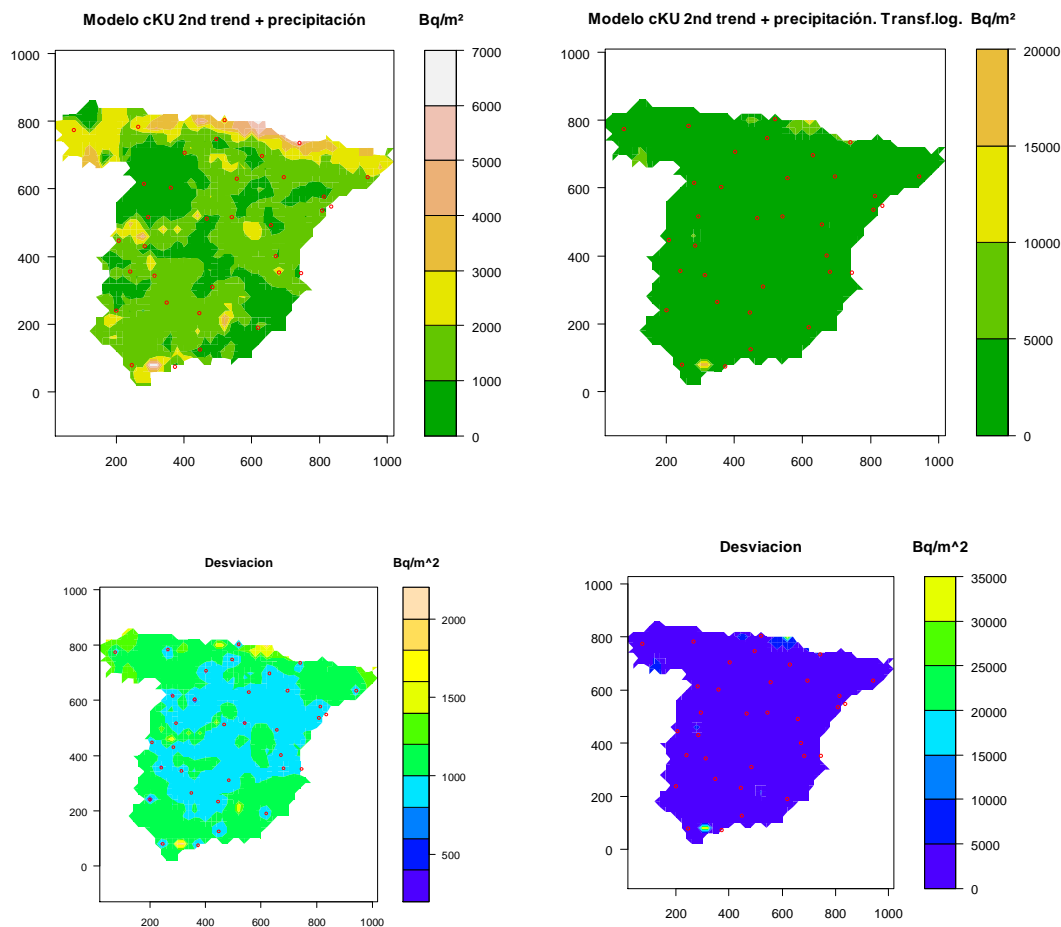


Figura 69.- Representación gráfica del modelo y de la desviación de los datos. A la izquierda sin transformación logarítmica y a la derecha los mismos datos transformados logarítmicamente.

IV. Conclusiones.

Se ha elaborado un SIG en el que además de datos de actividad de ^{137}Cs se han introducido datos geográficos, edafológicos y estructurales que pueden aportar informaciones útiles sobre las zonas muestreadas. Este objetivo global de la tesis nos ofrece una herramienta que permite la posibilidad de futuras incorporaciones de datos.

Se ha elaborado un mapa de estimación de la distribución de ^{137}Cs cuya importancia reside en el hecho de que, en la actualidad no existía ninguna superficie continua de estimación de actividad ^{137}Cs para el suelo español de la península Ibérica. Este mapa de estimación puede servir como referencia - valor de fondo - frente a una posible liberación accidental de este radionucleido al medio ambiente, o para estudios posteriores.

El mapa de estimación se ha realizado utilizando métodos geoestadísticos. La elección del método de interpolación más adecuado es siempre compleja. En este trabajo se han obtenido distintos modelos, semejantes a gran escala pero que presentan diferencias debido al distinto tratamiento de los datos por cada método. La elección del modelo, de los realizados con ArcGis, se ha basado en criterios convencionales de validación que proporcionan la predicción más precisa. También se utilizó un conjunto de datos de actividad de ^{137}Cs obtenidos a través de la bibliografía, sobre los dos modelos que presentaban mejores resultados para los criterios estadísticos, verificándose la idoneidad de los mismos.

Tanto el modelo seleccionado como óptimo (Cokriging simple) como el segundo modelo bivariable validado (cokriging simple modificado) presentan los mayores errores de estimación para los valores extremos de actividad de ^{137}Cs . Estos valores extremos podrían estar causados por procesos de redistribución, de manera que el inventario medido no se correspondiera con la actividad original depositada, lo cual dificulta la estimación en estas zonas. Para modelar estos valores debería realizarse un estudio mas detallado. Además de aumentar el número de muestras tomadas habría que tener en cuenta otras variables como el relieve, tipo de suelo, etc.

Los mapas de estimación obtenidos con el software R para dos variables, son comparables a los realizados con la herramienta geoestadística del SIG, para dos variables, reflejando ambos una distribución similar de los depósitos de ^{137}Cs .

El valor del inventario de actividad de ^{137}Cs determinado en los suelos del territorio nacional se encuentra comprendido en el intervalo 251 – 6073 Bq/m². Estos valores se encuentran dentro del rango obtenido en otras localidades del sur de Europa. A partir de los mapa de estimación obtenidos, tanto con la herramienta de análisis geoestadístico de SIG como con el software R se observa que la distribución geográfica del inventario presenta los valores más elevados en el tercio norte peninsular, encontrándose el máximo de actividad en la zona de los Pirineos. También existen otras zonas con valores relativamente elevados de actividad en puntos de la zona Oeste (Extremadura) y puntos del Sur-Atlántico (Cádiz). Las mínimas actividades se localizan en la zona Centro-Norte (Castilla León-Aragón), así como en la zona Sur-Mediterráneo (Málaga y Granada).

Dada la correlación positiva entre el inventario de ^{137}Cs y la pluviometría media anual se observa que el depósito de ^{137}Cs en los suelos del territorio peninsular se produce, fundamentalmente, vinculado a la precipitación en forma de lluvia. Las zonas con mayor precipitación, ubicadas en el norte peninsular (Cantábrico y Pirineos), así como algunos puntos de influencia Atlántica (NO y S Atlántico) y Mediterránea (Valencia), presentan consecuentemente los valores más elevados de ^{137}Cs . Las zonas con menor precipitación, ubicadas en el interior de la península y en la zona Sur-Mediterránea, presentan los valores más bajos de inventario de ^{137}Cs .

La realización de una superficie de estimación a gran escala, del contenido de ^{137}Cs en suelo a partir de la interpolación de los datos disponibles constituye el segundo objetivo global de esta tesis. Las limitaciones de esta estimación vienen determinadas por la naturaleza del problema tratado. Deben de tenerse en cuenta las características de la zona sobre la que se ha realizado la estimación:

- Superficie: 583.00 Km².
- Gran variedad de características geológicas y edafológicas.
- Gran variedad de condiciones climáticas.

También debe de tenerse en cuenta las características del radionucleido que se pretende estimar:

- Comportamiento físico-químico del Cs en los distintos tipos de suelos.
- Procesos de redistribución.

Esta variedad de factores nos indican que para obtener una estimación más detallada de la actividad en suelo de ^{137}Cs , se debería aumentar el número de puntos de muestreo, al igual que el estudio de las características de la zona de estudio. Sin embargo, podemos decir que partiendo de los datos disponibles la superficie de estimación obtenida es satisfactoria, a gran escala, y concuerda con los datos obtenidos por otros autores sobre la zona estudiada.

V. Bibliografia

Bibliografía

1. UNSCEAR Radio-active contamination of the environment by nuclear test. *United Nations Scientific Committee on the Effects of Atomic Radiation*. UNSCEAR 1969. Report 1969.
2. UNSCEAR SOURCES AND EFFECTS OF IONIZING RADIATION. *United Nations Scientific Committee on the Effects of Atomic Radiation*. UNSCEAR 1993 Report to the General Assembly, with Scientific Annexes, 1993.
3. UNSCEAR SOURCES AND EFFECTS OF IONIZING RADIATION. *United Nations Scientific Committee on the Effects of Atomic Radiation*. UNSCEAR 2000 Report to the General Assembly, with scientific annexes **Vol.1**: 134, 2000.
4. Legarda, F., Romero, L. M., Herranz, M., Barrera, M., Idoeta, R., Valiño, F., Olondo, C., and Caro, A. Inventory and vertical migration of ¹³⁷Cs in Spanish mainland soils. *Journal of Environmental Radioactivity* **102**: 589-597, 2011.
5. R Development Core Team. R: A language and environment for statistical computing. In V. R Foundation for Statistical Computing, Austria. (Ed.)2009.
6. De Cort, M., Dubois, G., and Fridman, S. D. The Atlas of Caesium Deposition on Europe after the Chernobyl Accident. In EUR 16733. Luxembourg 1998.
7. Konoplev, A. V., Bulgakov, A., and Shkuratova, I. G. Migration of certain radioactive products in the soil and surface run off in the Chernobyl NPP zone. *Meteorol. Gidrol.* **Vol. 6** 119-121, 1990.
8. Konoplev, A. V., Viktorova, N. V., Virchenko, E. P., Popov, V. E., Bulgakov, A. A., and Desmet, G. M. Influence of agricultural countermeasures on the ratio of different chemical forms of radionuclides in soil and soil solution. *The Science of The Total Environment* **137**: 147-162, 1993.
9. Cremers, A., Elsen, A., De preter, P., and Maes, A. Quantitative analysis of radiocaesium retention in soils. *Nature* **335**: 3, 1988.
10. Konopleva, I., Klemt, E., Konoplev, A., and Zibold, G. Migration and bioavailability of ¹³⁷Cs in forest soil of southern Germany. *Journal of Environmental Radioactivity* **100**: 315-321, 2009.
11. Smith, J. T., Fesenko, S. V., Howard, B. J., Horrill, A. D., Sanzharova, N. I., Alexakhin, R. M., Elder, D. G., and Naylor, C. Temporal Change in Fallout ¹³⁷Cs in Terrestrial and Aquatic Systems: A Whole Ecosystem Approach. *Environmental Science & Technology* **33**: 49-54, 1998.
12. Qi, Z., Hampton, C., R., Shin, R., Barkla, B. J., White, P. J., and Schachtman, D. P. The high affinity K⁺ transporter AtHAK5 plays a physiological role in planta at very low K⁺ concentrations and provides a caesium uptake pathway in Arabidopsis. *Journal of Experimental Botany*, 2007.
13. Van Bergeijk, K. E., Noordijk, H., Lembrechts, J., and Frissel, M. J. Influence of pH, soil type and soil organic matter content on soil-to-plant transfer of radiocaesium and -strontium as analyzed by a nonparametric method. *Journal of Environmental Radioactivity* **15**: 265-276, 1992.

14. Zhu, Y. G., and G.Shaw Soil contamination with radionuclides and potential remediation *Chemosphere* **41**: 121-128(128), 2000.
15. Gerzabek, M. H., Demerci, M., Roth, K., and Strebl, F. Radionuclide transfer in Alpine regions. In Y. Ohmomo, & N. Saturai. *Proceedings of international meeting on influence of climatic characteristics upon behaviour of radioactive elements, Rokkasho, Aomori, Japan* (pp. 75–82). 1997.
16. Sigurgeirsson, M. A., Arnalds, O., Palsson, S. E., Howard, B. J., and Gudnason, K. Radiocaesium fallout behaviour in volcanic soils in Iceland. *Journal of Environmental Radioactivity* **79**: 39-53, 2005.
17. Baeza, A., Paniagua, J., Rufo, M., Guillén, J., and Sterling, A. Seasonal variations in radionuclide transfer in a Mediterranean grazing-land ecosystem. *Journal of Environmental Radioactivity* **55**: 283-302, 2001.
18. Coughtrey, P. J., and Thorne, M. C. *Radionuclide distribution and transport in terrestrial and acuatic Ecosystem. A critical review of data Vol.1*. 1983.
19. Blagoeva, R., and Zikovsky, L. Geographic and vertical distribution of Cs-137 in soils in Canada. *Journal of Environmental Radioactivity* **27**: 269-274, 1995.
20. Hien, P. D., Hiep, H. T., Quang, N. H., Huy, N. Q., Binh, N. T., Hai, P. S., Long, N. Q., and Bac, V. T. Derivation of ¹³⁷Cs deposition density from measurements of ¹³⁷Cs inventories in undisturbed soils. *Journal of Environmental Radioactivity* **62**: 295-303, 2002.
21. Isaksson, M., and Erlandsson, B. Investigation of the distribution of ¹³⁷Cs from fallout in the soils of the city of Lund and the province of Skåne in Sweden. *Journal of Environmental Radioactivity* **38**: 105-131, 1998.
22. Wright, S. M., Howard, B. J., Strand, P., Nylén, T., and Sickel, M. A. K. Prediction of ¹³⁷Cs deposition from atmospheric nuclear weapons tests within the Arctic. *Environmental Pollution* **104**: 131-143, 1999.
23. Isaksson, M., Erlandsson, B., and Linderson, M.-L. Calculations of the deposition of ¹³⁷Cs from nuclear bomb tests and from the Chernobyl accident over the province of Skåne in the southern part of Sweden based on precipitation. *Journal of Environmental Radioactivity* **49**: 97-112, 2000.
24. Sanchez-Cabeza, J. A., Garcia-Talavera, M., and Costa, E. Regional calibration of erosion radiotracers (Pb-210 and Cs-137): Atmospheric fluxes to soils (northern Spain). *Environmental Science & Technology* **41**: 1324-1330, 2007.
25. Navas, A., Walling, D. E., Quine, T., Machín, J., Soto, J., Domenech, S., and López-Vicente, M. Variability in ¹³⁷Cs inventories and potential climatic and lithological controls in the central Ebro valley, Spain *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry* **274(2)**: 331-339, 2007.
26. He, Q., and Walling, D. E. The distribution of fallout ¹³⁷Cs and ²¹⁰Pb in undisturbed and cultivated soils. *Applied Radiation and Isotopes* **48**: 677-690, 1997.
27. Soto, J., and Navas, A. A simple model of Cs-137 profile to estimate soil redistribution in cultivated stony soils. *Radiation Measurements* **43**: 1285-1293, 2008.
28. Arapis, G. D., and Karandinos, M. G. Migration of ¹³⁷Cs in the soil of sloping semi-natural ecosystems in Northern Greece. *Journal of Environmental Radioactivity* **77**: 133-142, 2004.
29. Spezzano, P. Distribution of pre- and post-Chernobyl radiocaesium with particle size fractions of soils. *Journal of Environmental Radioactivity* **83**: 117-127, 2005.
30. Navas, A., Machin, J., and Soto, J. Assessing soil erosion in a Pyrenean mountain catchment using GIS and fallout Cs-137. *Agric. Ecosyst. Environ.* **105**: 493-506, 2005.

31. Smith, J. T., Fesenko, S. V., Howard, B. J., Horrill, A. D., Sanzharova, N. I., Alexakhin, R. M., Elder, D. G., and Naylor, C. Temporal Change in Fallout ¹³⁷Cs in Terrestrial and Aquatic Systems: A Whole Ecosystem Approach. *Environmental Science & Technology* **33**: 49-54, 1999.
32. Arapis, G., Petrayev, E., Shagalova, E., Zhukova, O., Sokolik, G., and Ivanova, T. Effective migration velocity of ¹³⁷Cs and ⁹⁰Sr as a function of the type of soils in Belarus. *Journal of Environmental Radioactivity* **34**: 171-185, 1997.
33. Thibault, D. H., Sheppard, M. I., and Smith, P. A. A Critical Compilation and Review of Default Soil Solid/Liquid Partition Coefficients, K_d, for Use in Environmental Assessments Report AECL-10125, Atomic Energy of Canada Limited, Pinawa, Manitoba 112, 1990.
34. ISO2002 ISO 10381-1:2002 Soil quality -- Sampling -- Part 1: Guidance on the design of sampling programmes. 33, 2002.
35. ISO2003 ISO 10381-4:2003 Soil quality -- Sampling -- Part 4: Guidance on the procedure for investigation of natural, near-natural and cultivated sites. 13, 2003.
36. ISO2005a ISO 18589-2:2007 Measurement of radioactivity in the environment -- Soil -- Part 2: Guidance for the selection of the sampling strategy, sampling and pre-treatment of samples. 26, 2005.
37. IAEA2004 Soil sampling for environmental contaminants. *IAEA International Atomic Energy Agency -TECDOC-1415. IAEA, Viena (2004)*, 2004.
38. Trueba, C. Estimación de índices de vulnerabilidad radiológica para los suelos peninsulares españoles. *CIEMAT, Madrid. ISBN 84-7834-374-1*, 2000.
39. FAO1974 Soil map of the world 1:5.000.000. FAO-Unesco. In, 1974.
40. CEC Soil Map of the European Communities 1:1 million. Commission of the European Communities. In, Office for the Official Publications of the European Communities. Luxembourg, 1985.
41. IGN Mapa de suelos de España 1:1000.000 con clasificación de la Soil Taxonomy. In Centro Nacional de Información Geográfica, 2003.
42. IGN Atlas Nacional de España. Geología, Geomorfología y Edafología. In Centro Nacional de Información Geográfica. Monografías, 2006.
43. Barrera, M., Romero, L. M., and Valiño, F. Puesta a punto de un sistema de espectrometría gamma para la determinación de Cs-137 en suelos españoles. In I. t. Ciemat (Ed.)2008.
44. Comas, D., and Ruiz, E. *Fundamentos de los Sistemas de Información Geográfica*. _Barcelona: Ariel Geografía, 1993.
45. Gutierrez Puebla, J., and Gould, M. *Sistemas de Información Geográfica*. . Madrid: Editorial Síntesis, 1994.
46. Li, J., and Heap, A. D. A Review of Spatial Interpolation Methods for Environmental Scientists. *Geoscience Australia. Australian Government Geocat 68229 2008/23*, 2008.
47. Hengl, T. A Practical Guide to Geostatistical Mapping. 2009.
48. Samper, F. J., and Carrera, J. *Geoestadística* Centro internacional de métodos numéricos en ingeniería. UPC, 1990.
49. Almgren, S., Nilsson, E., Erlandsson, B., and Isaksson, M. GIS supported calculations of Cs-137 deposition in Sweden based on precipitation data. *Sci. Total Environ.* **368**: 804-813, 2006.
50. Chang, Y. H., Scrimshaw, M. D., Emmerson, R. H. C., and Lester, J. N. Geostatistical analysis of sampling uncertainty at the Tollesbury Managed Retreat site in Blackwater Estuary, Essex, UK: Kriging and cokriging approach to minimise sampling density. *The Science of The Total Environment* **221**: 43-57, 1998.

51. Chien, Y.-J., Lee, D.-Y., Guo, H.-Y., and Houn, K.-H. Geostatistical Analysis of Soil Properties of Mid-West Taiwan Soils. *Soil Science* **162**: 291-298, 1997.
52. Dubois, G., and Bossew, P. Chernobyl 137Cs deposition in Austria: analysis of the spatial correlation of the deposition levels. *Journal of Environmental Radioactivity* **65**: 29-45, 2003.
53. Liu, X., Wu, J., and Xu, J. Characterizing the risk assessment of heavy metals and sampling uncertainty analysis in paddy field by geostatistics and GIS. *Environmental Pollution* **141**: 257-264, 2006.
54. Vicente Serrano, S. M. Cartografía de precipitaciones y temperaturas en el valle medio del Ebro mediante la utilización de diferentes técnicas estadísticas. *Geographicalia* **42**: 73-92, 2002.
55. Goovaerts, P. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation (Applied Geostatistics)*. Oxford University Press, New York, 1997.
56. Berke, O. Estimation and Prediction in the Spatial Linear Model. *Water, Air, & Soil Pollution* **110**: 215-237, 1999.
57. Ugarte, M. D., and Militino, A. F. *Estadística aplicada con S-plus. 2ª ed. revisada*. UPNA. 2002.
58. Schabenberger, O., and Gotway, C. A. *Statistical Methods for Spatial Analysis*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2005.
59. Ugarte, M. D., Militino, A. F., and Arnholt, A. T. *Probability and Statistics with R*. CRC Press. Chapman & Hall Book. Boca Raton: 2008.
60. Matheron, G. *Traité de géostatistique appliquée*. Editions Technip, Paris, 1962.
61. Militino, A. F., and Ugarte, M. D. Assessing the covariance function in geostatistics. *Statistic & probability letters* **52**: 199-206, 2001.
62. Isaaks, E. H., and Srivasta, M. R. *Applied Geostatistics* OXFORD UNIVERSITY PRESS, 1989.
63. McGrath, D., Zhang, C., and Carton, O. T. Geostatistical analyses and hazard assessment on soil lead in Silvermines area, Ireland. *Environmental Pollution* **127**: 239-248, 2004.
64. White, J. G. Soil Zinc Map of the USA using Geostatistics and Geographic Information Systems *Soil Science Society of american journal* **61**: 185-194, 1997.
65. MAPA Pluviometria Media Anual. In Ministerio de agricultura pesca y alimentación, 2001.
66. Remy, N. SGeMS. Standford Geostatistical Modelling Software. In 2007.
67. Gascó, C., Antón, M. P., Pozuelo, M., Clemente, L., Rodríguez, A., Yañez, C., González, A., and Meral, J. Distribution and inventories of fallout radionuclides (239+240Pu, 137Cs) and 210Pb to study the filling velocity of salt marshes in Doñana National Park (Spain). *Journal of Environmental Radioactivity* **89**: 159-171, 2006.
68. Baeza, A., del Rio, M., Jimenez, A., Miró, C., and Paniagua, J. Relative Sorption of Cs137 and Sr90 in Soil: Influence of Particle Size, Organic Matter content and pH. *Radiochimica Acta* **68**: 135-140, 1995.
69. Llauradó, M., Vidal, M., Rauret, G., Roca, C., Fons, J., and Vallejo, V. R. Radiocaesium behaviour in Mediterranean conditions. *Journal of Environmental Radioactivity* **23**: 81-100, 1994.
70. Estrany, J., Garcia, C., and Walling, D. E. An investigation of soil erosion and redistribution in a Mediterranean lowland agricultural catchment using caesium-137. *International Journal of Sediment Research* **25** 1-16, 2010.

71. Petropoulos, N. P., Anagnostakis, M. J., Hinis, E. P., and Simopoulos, S. E. Geographical mapping and associated fractal analysis of the long-lived Chernobyl fallout radionuclides in Greece. *Journal of Environmental Radioactivity* **53**: 59-66, 2001.
72. Rezzoug, S., Michel, H., Fernex, F., Barci-Funel, G., and Barci, V. Evaluation of ¹³⁷Cs fallout from the Chernobyl accident in a forest soil and its impact on Alpine Lake sediments, Mercantour Massif, S.E. France. *Journal of Environmental Radioactivity* **85**: 369-379, 2006.
73. Nouira, A., Sayouty, E. H., and Benmansour, M. Use of ¹³⁷Cs technique for soil erosion study in the agricultural region of Casablanca in Morocco. *Journal of Environmental Radioactivity* **68**: 11-26, 2003.
74. Al-Masri, M. S. Vertical distribution and inventories of ¹³⁷Cs in the Syrian soils of the eastern Mediterranean region. *Journal of Environmental Radioactivity* **86**: 187-198, 2006.
75. Renaud, P., Pourcelot, L., Métivier, J.-M., and Morello, M. Mapping of ¹³⁷Cs deposition over eastern France 16 years after the Chernobyl accident. *The Science of The Total Environment* **309**: 257-264, 2003.
76. Astori, E., Bianchi, D., Cammarata, E., Gastaldo, S., Marzolla, N., Rabbia, G., Vescovi, A., and Priano, L. Surface contamination of radiocesium measured and calculated in South Piemonte (Italy). *Journal of Environmental Radioactivity* **45**: 29-38, 1999.
77. Barisic, D., Vertacnik, A., and Lulic, S. Caesium contamination and vertical distribution in undisturbed soils in Croatia. *Journal of Environmental Radioactivity* **46**: 361-374, 1999.
78. Clark, I., and Harper, W. V. Practical geostatistics In Ecosse North America Llc., Columbus, 2001.
79. Johnston, K. Using Geostatistical Analyst In, ArcGisESRI Press, Redlands, California 2003.
80. Agapkina, G. I., Shcheglov, A. I., Tikhomirov, F. A., and Merculova, L. N. Dynamics of Chernobyl-fallout radionuclides in soil solutions of forest ecosystems. *Chemosphere* **36**: 1125-1130, 1998.
81. Aguera, A., Ramiro, J. G., de la Rosa, J. J. G., Melgar, J., Palomares, J. C., and Moreno, A. Categorization of minimum error forecasting zones using a geostatistic wind model. *Cpe: 2009 Compatibility and Power Electronics*: 6-11, 2009.
82. Alhajraf, S., Al-Awadhi, L., Al-Fadala, S., Al-Khubaizi, A., Khan, A. R., and Baby, S. Real-time response system for the prediction of the atmospheric transport of hazardous materials. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **18**: 520-525, 2005.
83. Elejalde, C., Herranz, M., Legarda, F., and Romero, F. Determination and analysis of distribution coefficients of ¹³⁷Cs in soils from Biscay (Spain). *Environmental Pollution* **110**: 157-164, 2000.
84. Evangeliou, N., Florou, H., Bokoros, P., and Scoullou, M. Temporal and spatial distribution of ¹³⁷Cs in Eastern Mediterranean Sea. Horizontal and vertical dispersion in two regions. *Journal of Environmental Radioactivity* **100**: 626-636, 2009.
85. Goor, F., Davydchuk, V., and Vandenbove, H. GIS-based methodology for Chernobyl contaminated land management through biomass conversion into energy--a case study for Polessie, Ukraine. *Biomass and Bioenergy* **25**: 409-421, 2003.
86. Huh, C. A., and Su, C. C. Distribution of fallout radionuclides (⁷Be, ¹³⁷Cs, ²¹⁰Pb and ^{239,240}Pu) in soils of Taiwan. *Journal of Environmental Radioactivity* **77**: 87-100, 2004.

87. Isaksson, M., Erlandsson, B., and Mattsson, S. A 10-year study of the ^{137}Cs distribution in soil and a comparison of Cs soil inventory with precipitation-determined deposition. *Journal of Environmental Radioactivity* **55**: 47-59, 2001.
88. Molero, J., Sanchez-Cabeza, J. A., Merino, J., Mitchell, P. I., and Vidal-Quadras, A. Impact of ^{134}Cs and ^{137}Cs from the Chernobyl reactor accident on the Spanish Mediterranean marine environment. *Journal of Environmental Radioactivity* **43**: 357-370, 1999.
89. Pálsson, S. E., Howard, B. J., and Wright, S. M. Prediction of spatial variation in global fallout of ^{137}Cs using precipitation. *Sci. Total Environ.* **367**: 745-756, 2006.
90. Pröhl, G., Ehlken, S., Fiedler, I., Kirchner, G., Klemt, E., and Zibold, G. Ecological half-lives of ^{90}Sr and ^{137}Cs in terrestrial and aquatic ecosystems. *Journal of Environmental Radioactivity* **91**: 41-72, 2006.
91. Schoorl, J. M., Boix Fayos, C., de Meijer, R. J., van der Graaf, E. R., and Veldkamp, A. The ^{137}Cs technique applied to steep Mediterranean slopes (Part II): landscape evolution and model calibration. *CATENA* **57**: 35-54, 2004.
92. Shaw, G., and Bell, J. N. B. Competitive effects of potassium and ammonium on caesium uptake kinetics in wheat. *Journal of Environmental Radioactivity* **13**: 283-296, 1991.
93. Strand, P., Howard, B. J., Aarkrog, A., Balonov, M., Tsaturov, Y., Bewers, J. M., Salo, A., Sickel, M., Bergman, R., and Rissanen, K. Radioactive contamination in the Arctic--sources, dose assessment and potential risks. *Journal of Environmental Radioactivity* **60**: 5-21, 2002.
94. Toso, J. P., and Velasco, R. H. Describing the observed vertical transport of radiocesium in specific soils with three time-dependent models. *Journal of Environmental Radioactivity* **53**: 133-144, 2001.
95. Vauclin, M., Vieira, S. R., Vachaud, G., and Nielsen, D. R. The use of cokriging with limited field soil observations. *Soil Science Society of America Journal* **47**: 175-184, 1983.
96. Velasco, H., Ayub, J. J., Belli, M., and Sansone, U. Temporal trends of Cs-137 and K-40 activity flux from soil to plant in grassland ecosystems. *Journal of Environmental Radioactivity* **71**: 225-241, 2004.
97. Velasco, R. H., Toso, J. P., Belli, M., and Sansone, U. Radiocesium in the northeastern part of Italy after the Chernobyl accident: Vertical soil transport and soil-to-plant transfer. *Journal of Environmental Radioactivity* **37**: 73-83, 1997.
98. Yost, R. S., Uehara, G., and Fox, R. L. Geostatistical Analysis of Soil Chemical Properties of Large Land Areas. II. Kriging. *Soil Science Society of american journal* **46**: 1033-1037, 1982.
99. Yost, R. S., Uehara, G., and Fox, R. L. Geostatistical Analysis of Soil Chemical Properties of Large Land Areas. I. Semi-variograms. *Soil Science Society of american journal* **46**: 1028-1032, 1982.

VI. Anexos

Anexo I

Modelos con una variable. Kriging

a.- Modelo con media constante

```
puntos<-read.delim("J:/R/radiact.txt",header=T,sep=",")
puntos<-as.data.frame(puntos)
aux.puntos<-matrix(nrow=34,ncol=2)
aux.puntos[,1]<-puntos$x
aux.puntos[,2]<-puntos$y
a<-read.delim("J:/R/costa.txt", header=T, sep="")
coordx<-a[,2]
coordy<-a[,3]
puntos$x1<-(puntos$x-min(coordx))/1000
puntos$y1<-(puntos$y-min(coordy))/1000
coordx1<-(coordx-min(coordx))/1000
coordy1<-(coordy-min(coordy))/1000
library(geoR)
borders<-data.frame(coordx1,coordy1)
grid<-pred_grid(borders, by=20)
grid0<-polygrid(grid, borders=borders)
rownames(grid0)<-row(grid0)[,1]
names(grid0)<-c("x","y")
dim(grid0)
a<-grid0$x
b<-grid0$y
aux.puntos<-matrix(nrow=1234,ncol=2)
aux.puntos[,1]<-grid0$x
aux.puntos[,2]<-grid0$y
puntos
datag<-as.geodata(puntos,coords.col=4:5, data.col=3)
ml<-likfit(datag, ini=c(1000,15)) ## para hacer una transformación logaritmica añadir (lambda=0) dentro del paréntesis anterior
summary(ml)
var.model<-variog(datag)
plot(var.model)
lines.variomodel(ml)
xv.ml <- xvalid(datag, model=ml)
par(mfcol = c(5,2), mar=c(3,3,.5,.5), mgp=c(1.5,.7,0))
plot.xvalid(xv.ml)
KC<-krige.control(trend.d="cte", trend.l="cte",obj.model=ml)
## para hacer una transformación logaritmica añadir (lambda=0) dentro del paréntesis anterior
pred.mod<-krige.conv(datag, loc=grid0, krige= KC)
library(lattice)
```



```

x<-sort(unique(grid0$x))
y<-sort(unique(grid0$y))
predval<-matrix(NA,length(x),length(y))
predval[cbind(match(grid0$x,x),match(grid0$y,y))]<-pred.mod$predict
min(pred.mod$predict)
#[1] 997.9932
predval<-predval-997.9932
filled.contour(x,y, predval ,nlevels=05,col=terrain.colors(07),
plot.title = title(main = "Modelo KO sin precipitación"),xlab="X (km)",ylab="Y (km)", asp=1,key.title= title("Bq/m²" ),
plot.axes= {axis(1);axis(2);
points(puntos$x1[1],puntos$y1[1],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[3],puntos$y1[3],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[6],puntos$y1[6],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[8],puntos$y1[8],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[9],puntos$y1[9],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[10],puntos$y1[10],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[11],puntos$y1[11],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[12],puntos$y1[12],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[13],puntos$y1[13],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[14],puntos$y1[14],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[15],puntos$y1[15],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[16],puntos$y1[16],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[17],puntos$y1[17],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[18],puntos$y1[18],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[19],puntos$y1[19],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[20],puntos$y1[20],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[21],puntos$y1[21],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[22],puntos$y1[22],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[23],puntos$y1[23],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[24],puntos$y1[24],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[25],puntos$y1[25],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[26],puntos$y1[26],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[27],puntos$y1[27],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[28],puntos$y1[28],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[29],puntos$y1[29],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[30],puntos$y1[30],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[31],puntos$y1[31],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[32],puntos$y1[32],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[33],puntos$y1[33],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[34],puntos$y1[34],cex=0.75,col=2)})
desval<-matrix(NA,length(x),length(y))
desval[cbind(match(grid0$x,x),match(grid0$y,y))]<-sqrt(pred.mod$krige.var)

```

```

filled.contour(x,y, desval ,nlevels=7,col=heat.colors(10),
plot.title = title(main = "Desviacion"),xlab="X (Km)",ylab="Y (Km)", asp=1,key.title= title("Bq/m^2" ),
plot.axes= {axis(1);axis(2);
points(puntos$x1[1],puntos$y1[1],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[3],puntos$y1[3],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[6],puntos$y1[6],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[8],puntos$y1[8],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[9],puntos$y1[9],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[10],puntos$y1[10],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[11],puntos$y1[11],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[12],puntos$y1[12],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[13],puntos$y1[13],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[14],puntos$y1[14],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[15],puntos$y1[15],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[16],puntos$y1[16],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[17],puntos$y1[17],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[18],puntos$y1[18],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[19],puntos$y1[19],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[20],puntos$y1[20],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[21],puntos$y1[21],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[22],puntos$y1[22],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[23],puntos$y1[23],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[24],puntos$y1[24],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[25],puntos$y1[25],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[26],puntos$y1[26],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[27],puntos$y1[27],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[28],puntos$y1[28],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[29],puntos$y1[29],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[30],puntos$y1[30],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[31],puntos$y1[31],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[32],puntos$y1[32],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[33],puntos$y1[33],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[34],puntos$y1[34],cex=0.75,col=2)})

```

b.- Modelo con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales.

Similar al modelo anterior a (modelo con media constante) sustituyendo las líneas coloreadas de azul por:

```

ml<-likfit(datag, trend="1st",ini=c(1000,15)) ## para hacer una transformación logarítmica añadir (lambda=0) dentro del paréntesis anterior
var.model<-variog(datag, trend="1st")

```

```
KC<-krige.control(trend.d="1st", trend.l="1st",obj.model=ml)
predval<-predval-925.5404
plot.title = title(main = "tendencia de 1º orden sin precipitación"),xlab="X (km)",ylab="Y (km)", asp=1,key.title= title("Bq/m²" ),
```

c.- Modelo con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales

Similar al modelo a (con media constante) sustituyendo las líneas coloreadas de azul por:

```
ml<-likfit(datag, trend="2nd", ini=c(130,15)) ## para hacer una transformación logaritmica añadir (lambda=0) dentro del paréntesis anterior
var.model<-variog(datag, trend="2nd")
KC<-krige.control(trend.d="2nd", trend.l="2nd",obj.model=ml)
predval<-predval-661.9073
plot.title = title(main = "KU 2nd "),xlab="X (km)",ylab="Y (km)", asp=1,key.title= title("Bq/m²" ),
```

Modelos con dos variables. Cokriging

d.- Modelo con media constante e influencia de datos de precipitación.

```
puntos<-read.delim("J:/R/radiact.txt",header=T,sep=";")
puntos<-as.data.frame(puntos)
prec<-read.delim("J:/R/datosprec.txt",header=T,sep=";")
prec<-as.data.frame(prec)
aux.prec<-matrix(nrow=778,ncol=2)
aux.prec[,1]<-prec$x
aux.prec[,2]<-prec$y
aux.puntos<-matrix(nrow=34,ncol=2)
aux.puntos[,1]<-puntos$x
aux.puntos[,2]<-puntos$y
valores<-rbind(aux.puntos, aux.prec)
vec<-as.matrix(dist(valores))
vec<-as.data.frame(vec)
vec<-vec[1:34, 35:(dim(aux.prec)[1]+34)]
dista<-matrix(nrow=34, ncol=2)
min<-vector(mode="numeric", length=34)
for (i in 1:34) {min[i]<- min(vec[i,])}
dista[,1]<-min
for (i in 1:34) {for (j in 1:778) { if (min[i]==min(vec[i,j])) { dista[i,2]<-j } } }
puntos$distance<-dista[,1]
puntos$preci<-prec$prec[dista[,2]]
puntos
a<-read.delim("J:/R/costa.txt", header=T, sep="")
coordx<-a[,2]
```

```

coordy<-a[,3]
puntos$x1<-(puntos$x-min(coordx))/1000
puntos$y1<-(puntos$y-min(coordy))/1000
coordx1<-(coordx-min(coordx))/1000
coordy1<-(coordy-min(coordy))/1000
aux.prec[,1]<-(prec$x-min(coordx))/1000
aux.prec[,2]<-(prec$y-min(coordy))/1000
library(geoR)
borders<-data.frame(coordx1,coordy1)
grid<-pred_grid(borders, by =20)
grid0<-polygrid(grid, borders=borders)
rownames(grid0)<-row(grid0)[,1]
names(grid0)<-c("x","y")
dim(grid0)
#[1] 1234 2
a<-grid0$x
b<-grid0$y
aux.puntos<-matrix(nrow=1234,ncol=2)
aux.puntos[,1]<-grid0$x
aux.puntos[,2]<-grid0$y
valores<-rbind(aux.puntos, aux.prec)
vec<-as.matrix(dist(valores))
vec<-as.data.frame(vec)
vec<-vec[1:1234, 1235:(dim(aux.prec)[1]+1234)]
distance<-matrix(nrow=1234, ncol=2)
min<-vector(mode="numeric", length=1234)
for (i in 1:1234) {min[i]<- min(vec[i,])}
for (i in 1:1234) {for (j in 1:778) { if (min[i]==min(vec[i,j])) { distance[i,2]<-j } } }
distance[,1]<-min
distance[,2]<-prec$prec[distance[,2]]
datag<-as.geodata(puntos,coords.col=6:7, data.col=3)
datag$covariate<-data.frame(puntos$preci)
names(datag$covariate)[1]<-"preci"
prec$x<-prec$x/1000
prec$y<-prec$y/1000
prec<-prec[-578,]
prec<-prec[-308,]
precg<-as.geodata(prec,coords.col=1:2, data.col=3)
ml<-likfit(datag, trend=~ preci, ini=c(130,15)) ## para hacer una transformación logaritmica añadir (lambda=0) dentro del paréntesis
anterior
summary(ml)

```

Summary of the parameter estimation

Estimation method: maximum likelihood

Parameters of the mean component (trend):

beta0 beta1
440.8037 0.2109

Parameters of the spatial component:

correlation function: exponential

(estimated) variance parameter sigmasq (partial sill) = 1004689

```

      (estimated) cor. fct. parameter phi (range parameter) = 10.30
anisotropy parameters:
  (fixed) anisotropy angle = 0 ( 0 degrees )
  (fixed) anisotropy ratio = 1
Parameter of the error component:
  (estimated) nugget = 0
Transformation parameter:
  (fixed) Box-Cox parameter = 1 (no transformation)
Practical Range with cor=0.05 for asymptotic range: 30.86309
Maximised Likelihood:
  log.L n.params  AIC  BIC
"-283.2"  "5" "576.4" "584"
non spatial model:
  log.L n.params  AIC  BIC
"-283.2"  "3" "572.4" "577"
Call:
likfit(geodata = datag, trend = ~preci, ini.cov.pars = c(130,
15))

```

```

var.model<-variog(datag, trend=~ preci)
plot(var.model)
lines.variomodel(ml)
KC<-krige.control(trend.d=~ preci , trend.l=~ distance[,2] ,obj.model=ml)
pred.mod<-krige.conv(datag, loc=grid0, krige= KC)
## para hacer una transformación logaritmica añadir (lambda=0) dentro del paréntesis anterior
library(lattice)
x<-sort(unique(grid0$x))
y<-sort(unique(grid0$y))
predval<-matrix(NA,length(x),length(y))
predval[cbind(match(grid0$x,x),match(grid0$y,y))]<-pred.mod$predict
min(pred.mod$predict)
#[1] 861.1964
predval<-predval-861.1964
filled.contour(x,y, predval ,nlevels=05,col=terrain.colors(07),
plot.title = title(main = "Modelo cKOprecipitación."),xlab="X (km)",ylab="Y (km)", asp=1,key.title= title("Bq/m²" ),
plot.axes={axis(1);axis(2)};
points(puntos$x1[1],puntos$y1[1],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[3],puntos$y1[3],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[6],puntos$y1[6],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[8],puntos$y1[8],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[9],puntos$y1[9],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[10],puntos$y1[10],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[11],puntos$y1[11],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[12],puntos$y1[12],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[13],puntos$y1[13],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[14],puntos$y1[14],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[15],puntos$y1[15],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[16],puntos$y1[16],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[17],puntos$y1[17],cex=0.75,col=2);

```

```

points(puntos$x1[18],puntos$y1[18],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[19],puntos$y1[19],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[20],puntos$y1[20],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[21],puntos$y1[21],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[22],puntos$y1[22],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[23],puntos$y1[23],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[24],puntos$y1[24],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[25],puntos$y1[25],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[26],puntos$y1[26],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[27],puntos$y1[27],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[28],puntos$y1[28],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[29],puntos$y1[29],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[30],puntos$y1[30],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[31],puntos$y1[31],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[32],puntos$y1[32],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[33],puntos$y1[33],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[34],puntos$y1[34],cex=0.75,col=2)})
desval<-matrix(NA,length(x),length(y))
desval[cbind(match(grid0$x,x),match(grid0$y,y))]<-sqrt(pred.mod$krige.var)
filled.contour(x,y, desval ,nlevels=7,col=topo.colors(10),
plot.title = title(main = "Desviacion"),xlab="X (Km)",ylab="Y (Km)", asp=1,key.title= title("Bq/m^2" ),
plot.axes={axis(1);axis(2);
points(puntos$x1[1],puntos$y1[1],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[3],puntos$y1[3],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[6],puntos$y1[6],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[8],puntos$y1[8],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[9],puntos$y1[9],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[10],puntos$y1[10],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[11],puntos$y1[11],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[12],puntos$y1[12],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[13],puntos$y1[13],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[14],puntos$y1[14],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[15],puntos$y1[15],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[16],puntos$y1[16],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[17],puntos$y1[17],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[18],puntos$y1[18],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[19],puntos$y1[19],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[20],puntos$y1[20],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[21],puntos$y1[21],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[22],puntos$y1[22],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[23],puntos$y1[23],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[24],puntos$y1[24],cex=0.75,col=2);

```

```

points(puntos$x1[25],puntos$y1[25],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[26],puntos$y1[26],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[27],puntos$y1[27],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[28],puntos$y1[28],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[29],puntos$y1[29],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[30],puntos$y1[30],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[31],puntos$y1[31],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[32],puntos$y1[32],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[33],puntos$y1[33],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[34],puntos$y1[34],cex=0.75,col=2))

```

e.- Modelo con media definida por un polinomio de primer grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación

Similar al modelo d () sustituyendo las líneas coloreadas de azul por:

```

ml<-likfit(datag, trend=~ datag$coords[,1] + datag$coords[,2] +preci , ini=c(130,15))
KC<-krige.control(trend=~ datag$coords[,1] + datag$coords[,2] + preci , trend.l=~ a + b + distance[,2] ,obj.model=ml)
predval<-predval-652.7642
plot.title = title(main = "Modelo cKU 1st trend+precipit."),xlab="X (km)",ylab="Y (km)", asp=1,key.title= title("Bq/m²" ),
plot.axes={axis(1);axis(2);

```

f.- Modelo con media definida por un polinomio de segundo grado de las coordenadas espaciales e influencia de datos de precipitación.

En este modelo están explicadas todas las órdenes utilizadas.

```
puntos<-read.delim("C:/R/radiact.txt",header=T,sep=";")
```

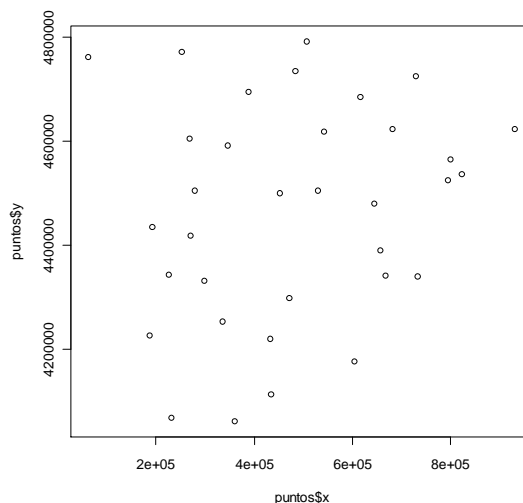
Lee el archivo radiact.txt en el que están las coordenadas y las medidas de actividad de los 34 puntos de medida y los coloca en una lista que se llama puntos.

```
puntos<-as.data.frame(puntos)
```

Transforma la lista anterior en un dataframe.

```
plot(puntos$x,puntos$y)
```

Dibuja la coordenada x frente a la coordenada y para cada una de las 34 muestras.



```
prec<-read.delim("C:/R/datosprec.txt",header=T,sep=";")
```

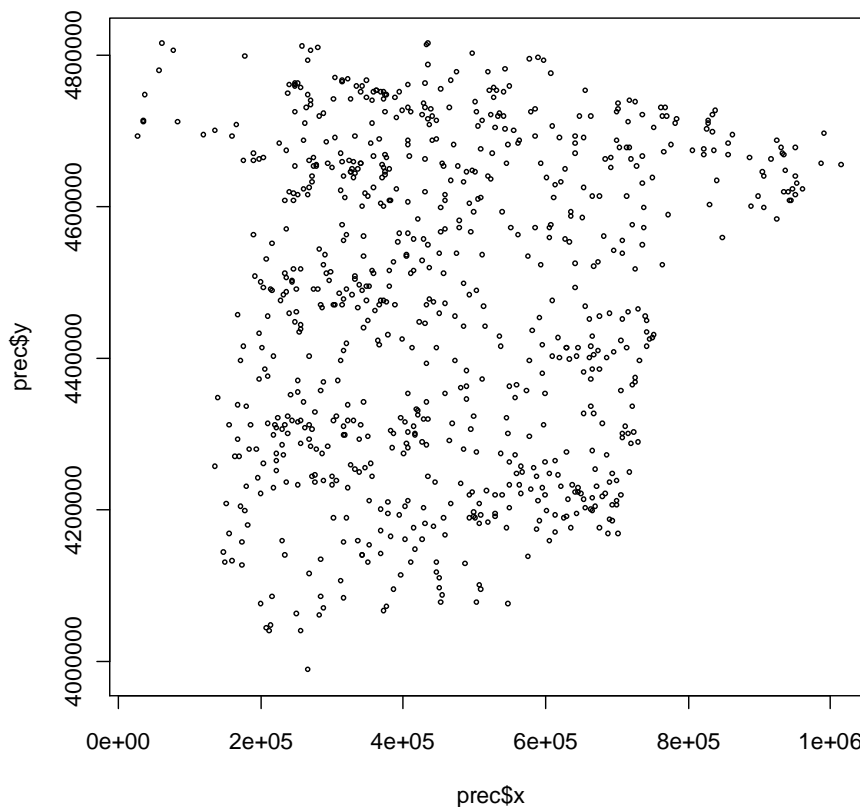
Lee el archivo datosprec en el que están los 778 puntos de precipitación y lo coloca en prec (lista o matriz).

```
prec<-as.data.frame(prec)
```

Toma prec como un dataframe.

```
plot(prec$x,prec$y,cex=0.5,col=1)
```

Hace un grafico de los puntos de precipitación con sus coordenadas. Cex hace referencia al tamaño de punto del gráfico y col al color.



Buscamos el punto con precipitación más cercano a cada uno de los 34 puntos muestreados

```
>aux.prec<-matrix(nrow=778,ncol=2)
```

primero creo una matriz de 778 filas y 2 columnas vacía que llamo aux.prec.

```
>aux.prec[,1]<-prec$x
```

relleno la columna 1 de aux.prec con la columna de nombre x del dataframe prec.

```
>aux.prec[,2]<-prec$y
```

relleno la columna 2 de aux.prec con la columna de nombre y del dataframe prec.

```
>aux.puntos<-matrix(nrow=34,ncol=2)
```

Igual que con prec, creo una matriz de 34 filas y dos columnas vacía.

```
> aux.puntos[,1]<-puntos$x
```

```
> aux.puntos[,2]<-puntos$y
```

Relleno las columnas 1 y 2 de aux.puntos con las coordenadas x e y que están en el data frame puntos.


```
>valores<-rbind(aux.puntos, aux.prec)
```

Combino las dos matrices creadas (por celda) auxpuntos y auxprec de manera que obtengo una matriz con 812 filas(34+778) y 2 columnas.

```
>vec<-as.matrix(dist(valores))
```

Calcula la distancia entre cada uno de los 812 puntos de la matriz valores con los demás (811) y lo coloca en la matriz vec de 812filas*812columnas.

```
>vec<-as.data.frame(vec)
```

Transforma la matriz vec en un data frame.

```
>vec<-vec[1:34, 35:(dim(aux.prec)[1]+34)]
```

Distancias entre las 34 primeras filas y las 778 siguientes. Colocadas en una matriz de 34*778

```
>dista<-matrix(nrow=34, ncol=778)
```

Crea la matriz dista de 34 filas y 778 columnas.

```
>min<-vector(mode="numeric", length=34)
```

Crea el vector min numérico de longitud 34.

```
>for (i in 1:34) {min[i]<- min(vec[i,])}
```

Para cada una de las 34 filas de vec coge el valor min (distancia menor) de las 778 columnas y lo pone en min.

```
>min
```

```
[1] 17775.579 7979.365 19819.090 13566.455 6284.911 8586.115 10913.858  
[8] 9499.799 25037.426 11802.015 37381.845 7865.545 5420.805 13690.944  
[15] 11269.410 12238.955 29730.133 18276.615 11656.213 8906.168 8375.785  
[22] 10688.587 8322.438 1377.553 17935.329 12319.960 20778.322 13296.852  
[29] 12636.074 34342.437 17269.287 30218.556 14840.873 7503.365
```

```
>dista[,1]<-min
```

Pone el vector min en la columna 1 de la matriz dista

```
>for (i in 1:34) {for (j in 1:778) { if (min[i]==min(vec[i,j])) { dista[i,2]<-j } } }
```

Comprueba cual posición (de las 778 de puntos de precipitación) corresponde con la menor distancia hallada entre los primeros 34 puntos y los 778 siguientes que llama j y lo pone en la columna 2 de dista.

```
>dista
```

```
      [,1] [,2]  
[1,] 17775.579 4  
[2,] 7979.365 444  
[3,] 19819.090 191  
[4,] 13566.455 727  
[5,] 6284.911 540  
[6,] 8586.115 374  
[7,] 10913.858 737  
[8,] 9499.799 721  
[9,] 25037.426 632  
[10,] 11802.015 777  
[11,] 37381.845 766  
[12,] 7865.545 150
```

```

[13,] 5420.805 201
[14,] 13690.944 587
[15,] 11269.410 493
[16,] 12238.955 655
[17,] 29730.133 652
[18,] 18276.615 209
[19,] 11656.213 125
[20,] 8906.168 277
[21,] 8375.785 696
[22,] 10688.587 678
[23,] 8322.438 93
[24,] 1377.553 280
[25,] 17935.329 411
[26,] 12319.960 516
[27,] 20778.322 223
[28,] 13296.852 497
[29,] 12636.074 334
[30,] 34342.437 642
[31,] 17269.287 175
[32,] 30218.556 353
[33,] 14840.873 210
[34,] 7503.365 685

```

```
> puntos$distance<-dista[,1]
```

En el data frame puntos añado la columna distancia y le pongo los datos de distancia min hallada a un punto de precipitación que están en la columna 1 de dista.

```
> puntos$preci<-prec$prec[dista[,2]]
```

En el data frame puntos añado la columna preci y la relleno con el valor de precipitación que corresponde con la posición determinada por la columna 2 de dista, osea precipitación del punto más cercano a cada punto de muestreo de actividad.

```
> puntos
```

	x	y	invent	distance	preci
1	61461.97	4761759	2163.1	17775.579	15629
2	251922.66	4771020	2770.5	7979.365	9581
3	387788.00	4694589	1473.1	19819.090	4599
4	506778.00	4791857	2618.6	13566.455	10296
5	616074.00	4685209	947.3	6284.911	5756
6	728384.00	4724716	6073.9	8586.115	11567
7	268658.00	4604174	1538.5	10913.858	4826
8	346755.00	4590856	1097.4	9499.799	4608
9	541829.00	4617813	1112.7	25037.426	5980
10	682190.00	4623295	2625.8	11802.015	3593

```

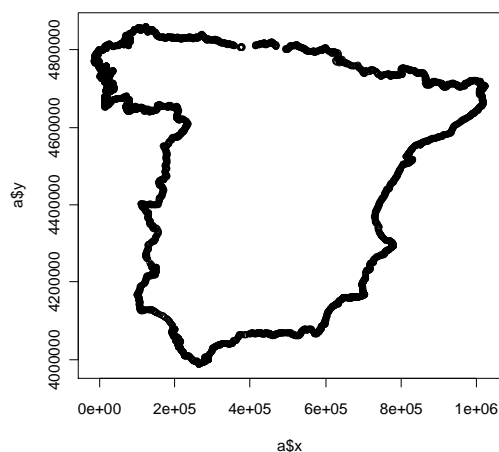
11 800389.10 4565204 1150.7 37381.845 3665
12 929642.68 4623025 2434.0 7865.545 6539
13 193198.02 4435015 2652.8 5420.805 5910
14 279510.00 4504698 816.6 13690.944 4361
15 452587.00 4500162 1119.6 11269.410 5063
16 644314.00 4479941 251.3 12238.955 4188
17 794171.38 4524326 1034.5 29730.133 5396
18 226356.07 4343026 2456.8 18276.615 6665
19 299149.00 4331948 1556.7 11656.213 6267
20 470744.00 4298431 1415.4 8906.168 4185
21 657364.00 4389958 1157.2 8375.785 4989
22 732120.00 4339721 619.3 10688.587 4947
23 187560.26 4227337 1108.3 8322.438 7246
24 334968.00 4252695 1462.2 1377.553 5226
25 432377.00 4220430 2152.5 17935.329 5013
26 604372.00 4177241 1971.9 12319.960 2613
27 231033.51 4067391 2669.0 20778.322 6719
28 359875.00 4061446 933.5 13296.852 5349
29 434891.00 4113803 657.2 12636.074 5187
30 822349.56 4536761 978.9 34342.437 5869
31 483009.00 4734954 622.6 17269.287 6670
32 529173.00 4504578 1551.9 30218.556 5487
33 270752.00 4417471 820.6 14840.873 6152
34 668103.00 4341159 4219.1 7503.365 526

```

Precipitaciones de los puntos a predecir

```
a<-read.delim("C:/R/costa.txt", header=T, sep="")
```

Lee el archivo costa.txt en el que están las coordenadas de los puntos que delimitan la superficie de sobre la que crea la malla para kriging y lo pone en a



```
> coordx<-a[,2]
```

La columna 2 de a es el vector coordx de 4406 componentes

```
>coordy<-a[,3]
```

La columna 3 de a es el vector coordy.

Reescalar

```
>puntos$x1<-(puntos$x-min(coordx))/1000
```

```
> puntos$y1<-(puntos$y-min(coordy))/1000
```

Añado la columna x1 e y1 a puntos en las que van los valores reescalados de la coordenadas.

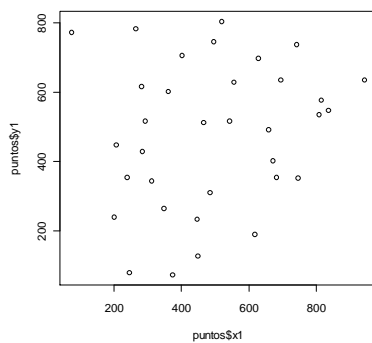
```
> puntos
```

	x	y	invent	distance	preci	x1	y1
1	61461.97	4761759	2163.1	17775.579	15629	74.8940	773.45577
2	251922.66	4771020	2770.5	7979.365	9581	265.3547	782.71717
3	387788.00	4694589	1473.1	19819.090	4599	401.2200	706.28627
4	506778.00	4791857	2618.6	13566.455	10296	520.2100	803.55427
5	616074.00	4685209	947.3	6284.911	5756	629.5060	696.90627
6	728384.00	4724716	6073.9	8586.115	11567	741.8160	736.41327
7	268658.00	4604174	1538.5	10913.858	4826	282.0900	615.87127
8	346755.00	4590856	1097.4	9499.799	4608	360.1870	602.55327
9	541829.00	4617813	1112.7	25037.426	5980	555.2610	629.51027
10	682190.00	4623295	2625.8	11802.015	3593	695.6220	634.99227
11	800389.10	4565204	1150.7	37381.845	3665	813.8211	576.90132
12	929642.68	4623025	2434.0	7865.545	6539	943.0747	634.72194
13	193198.02	4435015	2652.8	5420.805	5910	206.6300	446.71247
14	279510.00	4504698	816.6	13690.944	4361	292.9420	516.39527
15	452587.00	4500162	1119.6	11269.410	5063	466.0190	511.85927
16	644314.00	4479941	251.3	12238.955	4188	657.7460	491.63827
17	794171.38	4524326	1034.5	29730.133	5396	807.6034	536.02312
18	226356.07	4343026	2456.8	18276.615	6665	239.7881	354.72376
19	299149.00	4331948	1556.7	11656.213	6267	312.5810	343.64527
20	470744.00	4298431	1415.4	8906.168	4185	484.1760	310.12827
21	657364.00	4389958	1157.2	8375.785	4989	670.7960	401.65527
22	732120.00	4339721	619.3	10688.587	4947	745.5520	351.41827
23	187560.26	4227337	1108.3	8322.438	7246	200.9923	239.03446
24	334968.00	4252695	1462.2	1377.553	5226	348.4000	264.39227
25	432377.00	4220430	2152.5	17935.329	5013	445.8090	232.12727
26	604372.00	4177241	1971.9	12319.960	2613	617.8040	188.93827
27	231033.51	4067391	2669.0	20778.322	6719	244.4655	79.08843
28	359875.00	4061446	933.5	13296.852	5349	373.3070	73.14327
29	434891.00	4113803	657.2	12636.074	5187	448.3230	125.50027
30	822349.56	4536761	978.9	34342.437	5869	835.7816	548.45856

```
31 483009.00 4734954 622.6 17269.287 6670 496.4410 746.65127
32 529173.00 4504578 1551.9 30218.556 5487 542.6050 516.27527
33 270752.00 4417471 820.6 14840.873 6152 284.1840 429.16827
34 668103.00 4341159 4219.1 7503.365 5268 681.5350 352.85627
```

```
>plot(puntos$x1,puntos$y1)
```

Quedan representados igual que antes pero la escala es distinta



```
>coordx1<-(coordx-min(coordx))/1000
```

```
>coordy1<-(coordy-min(coordy))/1000
```

Creo los vectores `coordx1` y `coordy1` con los valores reescalados de `coordx` y `coordy` anteriores de la costa.

```
>aux.prec[,1]<-(prec$x-min(coordx))/1000
```

```
>aux.prec[,2]<-(prec$y-min(coordy))/1000
```

En la columna 1 de `aux.prec` va la coordenada x de `prec` reescalada

En la columna 2 de `aux.prec` va la coordenada y de `prec` reescalada

```
>library(geoR)
```

Loading required package: sp

Analysis of geostatistical data

For an Introduction to `geoR` go to <http://www.leg.ufpr.br/geoR>

`geoR` version 1.6-27 (built on 2009-10-15) is now loaded

Instalar y cargar el paquete `GeoR`

```
>borders<-data.frame(coordx1,coordy1)
```

Hace un dataframe llamado `borders` con los vectores `coordx1` y `coordy1` que son las coordenadas reescaladas anteriores que delimitan la superficie de trabajo. Si `plot(borders)` el gráfico es igual que `plot(a)` pero la escala es distinta.

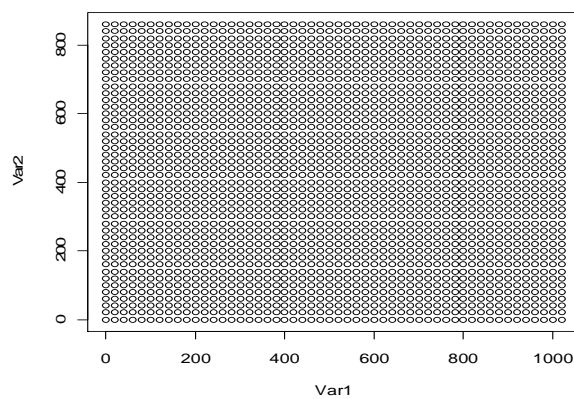
```
>grid<-pred_grid(borders, by =20)
```

La función `pred_grid` genera una red de predicción en 2D para kriging sobre el dataframe `borders` de 20 unidades (Km)

```

> grid
  Var1 Var2
1    0    0
2   20    0
3   40    0
.    .    .
52 1020    0
53    0   20
54   20   20
55   40   20
.    .    .
104 1020   20
105    0   40
106   20   40
107   40   40
.    .    .
2286 980 860
2287 1000 860
2288 1020 860
> plot(grid)

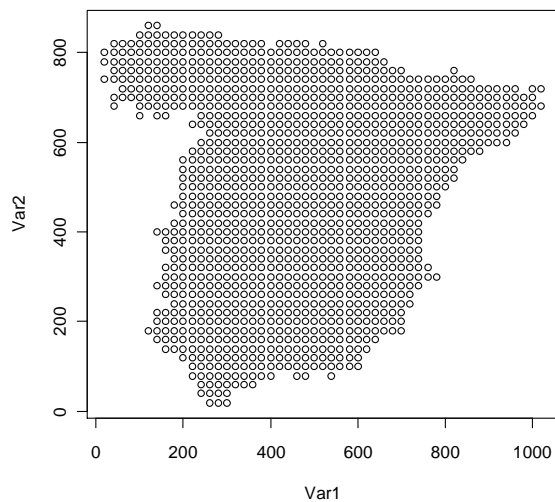
```



```
grid0<-polygrid(grid, borders=borders)
```

Esta función construye una red rectangular y extrae los puntos que están dentro del polígono cuyos límites están definidos por el dataframe borders

```
plot(grid0)
```



```
>rownames(grid0)<-row(grid0)[,1]
```

La función row devuelve la matriz grid0 con la primera columna numerada en orden ascendente

```
> dim(grid0)
```

```
[1] 1234 2
```

La función dim devuelve las dimensiones de un objeto.

Grid0 contiene las coordenadas de los 1234 puntos sobre los que se hará la interpolación.

```
a<-grid0$x
```

```
b<-grid0$y
```

A la coordenada x e la matriz grid0 la llama a y a la coordenada y la llamo b.

```
> aux.puntos<-matrix(nrow=1234,ncol=2)
```

Establece la matriz aux.puntos con las dimensiones de grid0 (1234 filas *2columnas)

```
> names(grid0)<-c("x","y")
```

Da nombres x e y a las columnas/variables de grid0

```
>aux.puntos[,1]<-grid0$x
```

```
>aux.puntos[,2]<-grid0$y
```

Pone en la columna 1 y 2 de aux.puntos la variable (coordenadas) x e y de grid0.

```
>valores<-rbind(aux.puntos, aux.prec)
```

Combina por celdas las matrices aux.puntos y aux.prec, osea una a continuación de la otra 1234+778=2012 filas, las pone en valores

```
>vec<-as.matrix(dist(valores))
```

Calcula la distancia entre cada uno de los 2012 puntos y los demás y lo pone en vec.

```
>vec<-as.data.frame(vec)
```

Vec como dataframe.

```
vec<-vec[1:1234, 1235:(dim(aux.prec)[1]+1234)]
```

Distancias entre las 1234 primeras filas y las 778 siguientes. Colocadas en una matriz de 1234*778

```
distance<-matrix(nrow=1234, ncol=2)
```

Crea la matriz distance de 1234 filas y 2 columnas

```
min<-vector(mode="numeric", length=1234)
```

Crea el vector min numérico de longitud 1234.

```
for (i in 1:1234) {min[i]<- min(vec[i,])}
```

Para cada i de 1 a 1234 (1234 filas de vec) calcula cual de las 778 columnas tiene una distancia menor y lo pone en el vector min.

```
for (i in 1:1234) {for (j in 1:778) { if (min[i]==min(vec[i,j])) { distance[i,2]<-j } } }
```

Comprueba cual coordenada (de las 778 de puntos de precipitación) corresponde con la menor distancia hallada entre los primeros 1234 puntos y los 778 siguientes que llama j y lo pone en la columna 2 de distance.

```
> distance[,1]<-min
```

Pone el vector min en la columna 1 de la matriz distance

```
>distance[,2]<-prec$prec[distance[,2]]
```

En la columna 2 de la matriz distance pone el valor de la variable/columna prec de la matriz prec correspondiente con la posición determinada por la columna 2 de distance, osea precipitación del punto más cercano a cada punto de la red grido.

```
> datag<-as.geodata(puntos,coords.col=6:7, data.col=3)
```

As.geodata convierte una matriz o data.frame en un objeto de la clase geodata. Partiendo del dataframe puntos obtenemos la geodata datag que tiene las coordenadas x e y en las columnas 6 y 7 de puntos; y los valores a interpolar en la columna 3 de puntos.

```
> datag$covariate<-data.frame(puntos$preci)
```

Añade a datag la variable covariate que tendrá los valores de la variable preci del dataframe puntos.

```
>names(datag$covariate)[1]<-"preci"
```

El nombre de la variable covariate de datag será preci.

```
>prec$x<-prec$x/1000
```

```
>prec$y<-prec$y/1000
```

Reescalo las coordenadas x e y de prec

```
>precg<-as.geodata(prec,coords.col=1:2, data.col=3)
```

Partiendo del dataframe prec obtenemos la geodata precg que tiene las coordenadas x e y en las columnas 1 y 2 de prec; y los valores a interpolar en la columna 3 de prec. R da el siguiente mensaje

as.geodata: 2 redundant locations found

WARNING: there are data at coincident or very closed locations, some of the geoR's functions may not work. Use function dup.coords() to locate duplicated coordinates.

```
> dup.coords(prec)
```

```
      [,1] [,2]  
[1,] "577" "307"  
[2,] "578" "308"  
attr(,"class")  
[1] "duplicated.coords"
```

```
> prec<-prec[-578,]
```

```
> prec<-prec[-308,]
```

Elimino los valores de la 2º fila

```
>precg<-as.geodata(prec,coords.col=1:2, data.col=3)
```

Una vez eliminado los datos duplicados, el programa no da ningún otro mensaje

ver si hay correlación espacial entre las precipitaciones#

```
>ml1<-likfit(precg, ini=c(1000,15))
```

La función likfit se usa para estimación de parámetros basada en la máxima verosimilitud/probabilidad. A partir de la geodata preg, con los valores iniciales de meseta parcial=1000 y alcance=15

```
> summary(ml1)  
Summary of the parameter estimation  
-----  
Estimation method: maximum likelihood  
  
Parameters of the mean component (trend):  
  beta  
8239.08  
  
Parameters of the spatial component:  
correlation function: exponential  
(estimated) variance parameter sigmasq (partial sill) = 18207786  
(estimated) cor. fct. parameter phi (range parameter) = 229.2  
anisotropy parameters:  
(fixed) anisotropy angle = 0 ( 0 degrees )  
(fixed) anisotropy ratio = 1  
  
Parameter of the error component:  
(estimated) nugget = 765250  
  
Transformation parameter:  
(fixed) Box-Cox parameter = 1 (no transformation)  
  
Practical Range with cor=0.05 for asymptotic range: 686.511  
  
Maximised Likelihood:  
log.L n.params AIC BIC  
"-6861" "4" "13730" "13749"  
  
non spatial model:  
log.L n.params AIC BIC  
"-7335" "2" "14673" "14683"
```

Call:
likfit(geodata = precg, ini.cov.pars = c(1000, 15))

```
>ml<-likfit(precg, ini=c(10000,150))
```

Hago otra estimación de parámetros con distintos valores iniciales, a partir de la geodata precg, con los valores iniciales de meseta parcial=10000 y alcance=150. Ver la diferencia.

```
> summary(ml)  
Summary of the parameter estimation
```

```
-----  
Estimation method: maximum likelihood  
Parameters of the mean component (trend):  
  beta  
7950.42
```

```
Parameters of the spatial component:  
correlation function: exponential  
  (estimated) variance parameter sigmasq (partial sill) = 12742463  
  (estimated) cor. fct. parameter phi (range parameter) = 150  
anisotropy parameters:  
  (fixed) anisotropy angle = 0 ( 0 degrees )  
  (fixed) anisotropy ratio = 1
```

```
Parameter of the error component:  
  (estimated) nugget = 711522
```

```
Transformation parameter:  
  (fixed) Box-Cox parameter = 1 (no transformation)
```

```
Practical Range with cor=0.05 for asymptotic range: 449.3599
```

```
Maximised Likelihood:  
  log.L n.params  AIC  BIC  
"-6862"  "4" "13731" "13750"
```

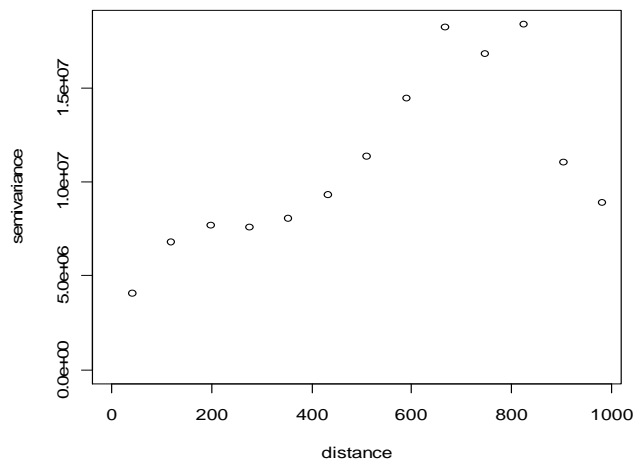
```
non spatial model:  
  log.L n.params  AIC  BIC  
"-7335"  "2" "14673" "14683"
```

Call:
likfit(geodata = precg, ini.cov.pars = c(10000, 150))

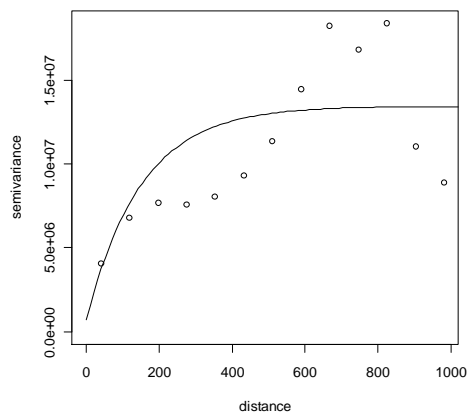
```
>var.model<-variog(precg)
```

La función variog hace el variograma de precg y lo llama var.model

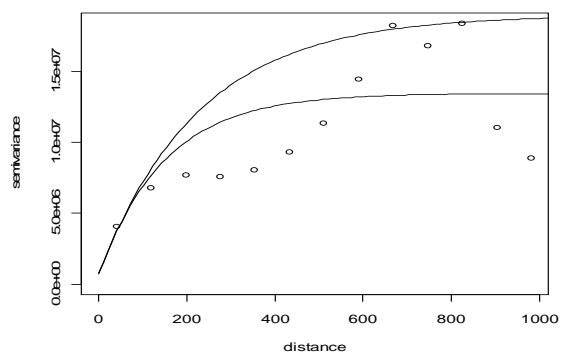
```
>plot(var.model)
```



```
> lines.variogram(ml)
```



```
> lines.variogram(ml1)
```



```
> xv.ml <- xvalid(precg, model=ml)
```

xvalid: number of data locations = 776

xvalid: number of validation locations = 776

xvalid: performing cross-validation at location ... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,, 776,

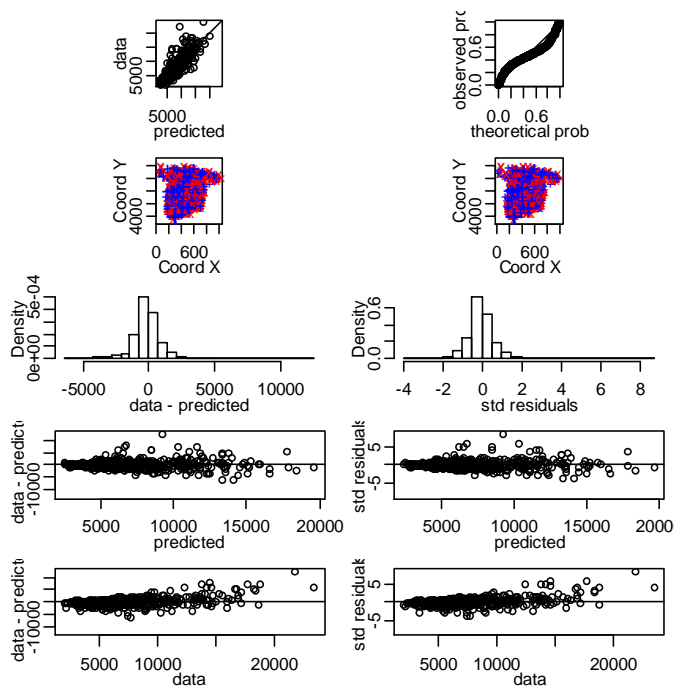
xvalid: end of cross-validation

Xvalid es la función de validación cruzada para el modelo ml

```
>par(mfcol = c(5,2), mar=c(3,3,.5,.5), mgp=c(1.5,.7,0))
```

Establece las características del área del gráfico. (5 filas por 2 columnas, mar es un vector numérico que da el numero de líneas de margen para los 4 lados del gráfico y mgp se refiere también a os márgenes

```
>plot.xvalid(xv.ml)
```



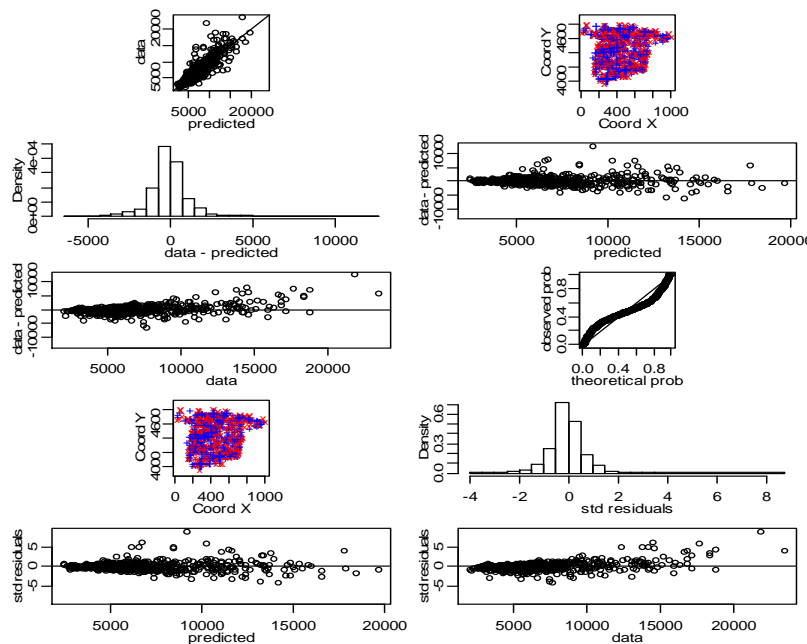
```
> xv.ml1 <- xvalid(precg, model=ml1)
```

Validación cruzada con el modelo ml1

```
>par(mfcol = c(5,2), mar=c(3,3,.5,.5), mgp=c(1.5,.7,0))
```

Establece las características del área del gráfico.

```
>plot.xvalid(xv.ml1)
```



ver si hay correlación espacial entre las actividades#

Modelo4: 2nd trend + Precipitación

```
> ml<-likfit(datag, trend=~ datag$coords[,1] + datag$coords[,2] + l(datag$coords[,1]^2) + l(datag$coords[,2]^2) +
l(datag$coords[,1]*datag$coords[,2])+preci, ini=c(130,15))
```

likfit: end of numerical maximisation.

Estimación de parámetros con likfit para un modelo que establece como tendencia una función de 2º orden más los valores de la variable preci

```
> summary(ml)
```

Summary of the parameter estimation

Estimation method: maximum likelihood

Parameters of the mean component (trend):

beta0	beta1	beta2	beta3	beta4	beta5	beta6
-108.8441	1.3088	-1.9352	-0.0028	-0.0013	0.0057	0.3133

Parameters of the spatial component:

correlation function: exponential

(estimated) variance parameter σ^2 (partial sill) = 884748

(estimated) cor. fct. parameter ϕ (range parameter) = 14.20

anisotropy parameters:

(fixed) anisotropy angle = 0 (0 degrees)

(fixed) anisotropy ratio = 1

Parameter of the error component:

(estimated) nugget = 0

Transformation parameter:

(fixed) Box-Cox parameter = 1 (no transformation)

Practical Range with cor=0.05 for asymptotic range: 42.5487

Maximised Likelihood:

```
log.L n.params  AIC  BIC
"-281" "10" "582" "597.3"
```

non spatial model:

```
log.L n.params  AIC  BIC
"-281.1" "8" "578.1" "590.4"
```

Call:

```
likfit(geodata = datag, trend = ~datag$coords[, 1] + datag$coords[,
  2] + I(datag$coords[, 1]^2) + I(datag$coords[, 2]^2) + I(datag$coords[,
  1] * datag$coords[, 2]) + preci, ini.cov.pars = c(130, 15))
```

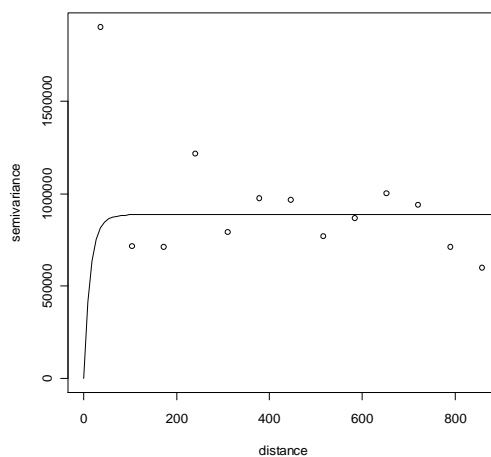
```
> var.model<-variog(datag, trend=~ datag$coords[,1] + datag$coords[,2] + I(datag$coords[,1]^2) +
I(datag$coords[,2]^2) + I((datag$coords[,1]*datag$coords[,2])+preci )
```

Hace el variograma de datag con la tendencia definida previamente

```
> plot(var.model)
```

```
> lines.variomodel(ml)
```

Dibuja el variograma llamado var.model y el modelo de semivariograma teórico ajustado



```
>xv.ml <- xvalid(datag, model=ml)
```

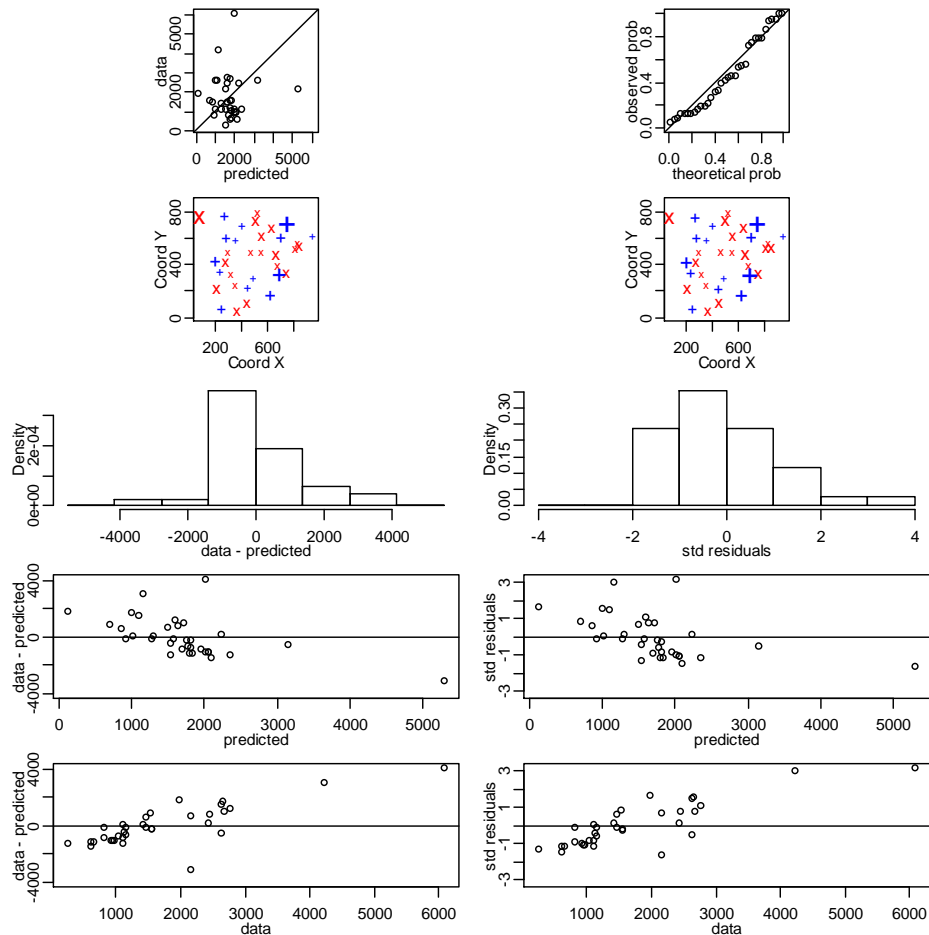
Crosvalidacion cruzada.

```
>par(mfcol = c(5,2), mar=c(3,3,.5,.5), mgp=c(1.5,.7,0))
```

Establece las características del área del grafico

```
>plot.xvalid(xv.ml)
```

Representa la validación cruzada.



#Aplicar KRIGING y representar #

Modelo4: 2nd trend + Precipitación

```
> KC<-krige.control(trend.d=~ datag$coords[,1] + datag$coords[,2] + I(datag$coords[,1]^2) + I(datag$coords[,2]^2) +  
I(datag$coords[,1]*datag$coords[,2]) +preci , trend.l=~ a + b + I(a^2) + I(b^2) + I(a*b) + distance[,2] ,obj.model=ml)
```

```
> pred.mod<-krige.conv(datag, loc=grid0, krige= KC)
```

krige.conv: model with mean defined by covariates provided by the user

krige.conv: Kriging performed using global neighbourhood

La function `krige.control/conv` realize predicciones espaciales para parámetros de covarianza fijados usando vecindario global

```
> library(lattice)
```

Abre la librería.

```
> x<-sort(unique(grid0$x))
```

```
> y<-sort(unique(grid0$y))
```

En grid0 tenemos los valores de las coordenadas x, y de los puntos del interior de la península en los que se hará la predicción.

Elimina los valores repetidos de la columna x de grid0 y los ordena.

Elimina los valores repetidos de la columna y de grid0 y los ordena.

Se obtiene los vectores

x

```
[1] 20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 240 260 280 300
```

```
[16] 320 340 360 380 400 420 440 460 480 500 520 540 560 580 600
```

```
[31] 620 640 660 680 700 720 740 760 780 800 820 840 860 880 900
```

```
[46] 920 940 960 980 1000 1020
```

y

```
[1] 20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 360 380
```

```
[20] 400 420 440 460 480 500 520 540 560 580 600 620 640 660 680 700 720 740 760
```

```
[39] 780 800 820 840 860
```

```
> predval<-matrix(NA,length(x),length(y))
```

```
> desval<-matrix(NA,length(x),length(y))
```

Se crea una matriz :predval con la longitud de X filas (51) y longitud de y columnas (43)

Igual para desval (vacías- NA).

```
> predval[cbind(match(grid0$x,x),match(grid0$y,y))]<-pred.mod$predict
```

Match(grid0\$x,x) relaciona los valores de posiciones iguales entre grid0\$x y x de posiciones. El match de y hace lo mismo para y. Con cbind se combinan en una matriz de 1234*2 valores de posiciones que se aplican a la matriz antes creada predval. Estas posiciones se introducen en el modelo de predicción (pred.mod) como variable predict y así se tienen las coordenadas de todos los puntos en los que se realiza la predicción Kriging.

```
> desval[cbind(match(grid0$x,x),match(grid0$y,y))]<-sqrt(pred.mod$krige.var)
```

De igual manera se obtienen las coordenadas para el gráfico de la varianza kriging

```
> min(pred.mod$predict)
```

```
[1] 419.8586
```

Calcula el valor mínimo de la matriz que es el valor que hay que sumarle a predval para que la escala de la gráfica comience en cero. De la siguiente manera

```
> predval<- predval-419.8586
```

Para definir los parámetros del gráfico


```

> filled.contour(x,y, predval ,nlevels=7, col=terrain.colors(07),
+ plot.title = title(main = "Inventario de 137Cs"),xlab="X (km)",ylab="Y (km)", asp=1,key.title= title("Bq/m²" ),
plot.axes={axis(1);axis(2);
points(puntos$x1[1],puntos$y1[1],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[2],puntos$y1[2],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[3],puntos$y1[3],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[4],puntos$y1[4],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[5],puntos$y1[5],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[6],puntos$y1[6],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[7],puntos$y1[7],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[8],puntos$y1[8],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[9],puntos$y1[9],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[10],puntos$y1[10],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[11],puntos$y1[11],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[12],puntos$y1[12],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[13],puntos$y1[13],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[14],puntos$y1[14],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[15],puntos$y1[15],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[16],puntos$y1[16],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[17],puntos$y1[17],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[18],puntos$y1[18],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[19],puntos$y1[19],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[20],puntos$y1[20],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[21],puntos$y1[21],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[22],puntos$y1[22],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[23],puntos$y1[23],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[24],puntos$y1[24],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[25],puntos$y1[25],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[26],puntos$y1[26],cex=0.75,col=2);
points(puntos$x1[27],puntos$y1[27],cex=0.75,col=2);

```

```
points(puntos$x1[28],puntos$y1[28],cex=0.75,col=2);  
points(puntos$x1[29],puntos$y1[29],cex=0.75,col=2);  
points(puntos$x1[30],puntos$y1[30],cex=0.75,col=2);  
points(puntos$x1[31],puntos$y1[31],cex=0.75,col=2);  
points(puntos$x1[32],puntos$y1[32],cex=0.75,col=2);  
points(puntos$x1[33],puntos$y1[33],cex=0.75,col=2);  
points(puntos$x1[34],puntos$y1[34],cex=0.75,col=2))
```

Points es una función genérica para dibujar una secuencia de puntos en unas coordenadas especificadas.

Filled.contour produce un gráfico con las áreas comprendidas entre los contornos rellenas de color. Una clave (leyenda) muestra el significado de los colores del gráfico.

Anexo II

a - Fichero de texto: radiact.txt que recoge las coordenadas y medidas de actividad de Cs-137 en Bq/m² de las 34 estaciones de muestreo.

b - Fichero de texto: datosprec.txt que recoge las coordenadas y datos de precipitación media anual en mm para las 778 estaciones meteorológicas.

c - Fichero de texto: Costa.txt que recoge las coordenadas que delimitan la península Ibérica.

a - Fichero de texto: radiact.txt que recoge las coordenadas y medidas de actividad de Cs-137 en Bq/m² de las 34 estaciones de muestreo.

x;	y;	invent
61461.97;	4761758.50;	2163.1
251922.66;	4771019.90;	2770.5
387788.00;	4694589.00;	1473.1
506778.00;	4791857.00;	2618.6
616074.00;	4685209.00;	947.3
728384.00;	4724716.00;	6073.9
268658.00;	4604174.00;	1538.5
346755.00;	4590856.00;	1097.4
541829.00;	4617813.00;	1112.7
682190.00;	4623295.00;	2625.8
800389.10;	4565204.05;	1150.7
929642.68;	4623024.67;	2434.0
193198.02;	4435015.20;	2652.8
279510.00;	4504698.00;	816.6
452587.00;	4500162.00;	1119.6
644314.00;	4479941.00;	251.3
794171.38;	4524325.85;	1034.5
226356.07;	4343026.49;	2456.8
299149.00;	4331948.00;	1556.7
470744.00;	4298431.00;	1415.4
657364.00;	4389958.00;	1157.2
732120.00;	4339721.00;	619.3
187560.26;	4227337.19;	1108.3
334968.00;	4252695.00;	1462.2
432377.00;	4220430.00;	2152.5
604372.00;	4177241.00;	1971.9
231033.51;	4067391.16;	2669.0
359875.00;	4061446.00;	933.5
434891.00;	4113803.00;	657.2
822349.56;	4536761.29;	978.9
483009.00;	4734954.00;	622.6
529173.00;	4504578.00;	1551.9
270752.00;	4417471.00;	820.6
668103.00;	4341159.00;	4219.1

b - Fichero de texto: datosprec.txt que recoge las coordenadas y datos de precipitación media anual en mm para las 778 estaciones meteorológicas.

x;	y;	prec
60852;	4815966	;10190
77201;	4805256	;8940
38529;	4747119	;16878
58078;	4779209	;15629
541208;	4719473	;8825
520695;	4753528	;9810
533987;	4719341	;9184
541332;	4751832	;8952
523433;	4721395	;8045
500977;	4738907	;7226
531849;	4753170	;9680
528481;	4756333	;10756
528212;	4744394	;8502
598522;	4312162	;3653
547395;	4299574	;6768
583340;	4255878	;3777
618075;	4244968	;3097
568191;	4249786	;3379
598915;	4262961	;3152
549794;	4231465	;5537
613175;	4263550	;2973
558539;	4347279	;4179
566209;	4257785	;4590
545027;	4321602	;4451
630260;	4275126	;3277
556871;	4272355	;8080
577734;	4296269	;4350
563893;	4231873	;4541
550722;	4261679	;7650
537556;	4274707	;6304

588643;	4243265	;4216
559818;	4246946	;5238
719904;	4286593	;4714
718907;	4249542	;3522
694753;	4247071	;2781
685033;	4220625	;2660
689414;	4236457	;2856
700809;	4237965	;2281
729980;	4289346	;5839
705706;	4218408	;3069
700857;	4212364	;2080
701067;	4205830	;2409
679872;	4217055	;2956
670816;	4252234	;2918
694310;	4205574	;3313
685939;	4272063	;3803
575444;	4138423	;2924
548625;	4076589	;2176
504409;	4077684	;3808
509962;	4094329	;5494
507732;	4100181	;6743
281013;	4810419	;11602
266892;	4792668	;13117
270863;	4806586	;9970
178333;	4797837	;14037
259422;	4811155	;10590
352195;	4494048	;5522
366699;	4469869	;12383
348411;	4475615	;5388
345270;	4533987	;3781
332868;	4508032	;5807
285643;	4470512	;5729
372566;	4475011	;6735
377744;	4474462	;5632
349040;	4495037	;4616
315368;	4469722	;8860
361017;	4462415	;6008
329235;	4482661	;5863
359249;	4512575	;4457
339193;	4496477	;4338
333821;	4503383	;6943
380662;	4494772	;7159
304504;	4469534	;7884
287037;	4465534	;8402
369995;	4476289	;6301
316983;	4477859	;5626
337615;	4467049	;13789
343634;	4489595	;5926
310925;	4485415	;6846
321086;	4491645	;9764
302271;	4469901	;8299
356474;	4514633	;3857
277549;	4328320	;5664
217875;	4298002	;5206
276639;	4235163	;4682
155376;	4310853	;5067
164349;	4269840	;6551
199810;	4221005	;8746
273126;	4304994	;4749
319145;	4298627	;6159
252136;	4315809	;4989
303396;	4316525	;5984
180039;	4230900	;7246
272973;	4243287	;5579
230570;	4305402	;5104
294158;	4282515	;5830
322958;	4337253	;7369
222138;	4264232	;4651
232104;	4272011	;5024
167355;	4292421	;4725
139533;	4347752	;7825
268392;	4311396	;4806
180989;	4335664	;6261
236272;	4236377	;5810
204797;	4261239	;5804
263007;	4308685	;4579

270497;	4284087	;4985
237697;	4300471	;6697
243594;	4316977	;5397
210604;	4312653	;5129
218203;	4227879	;5233
287160;	4274060	;5830
223501;	4320650	;5467
316297;	4298631	;6005
185526;	4311233	;4540
230032;	4284552	;5137
221757;	4274217	;4494
279095;	4280141	;5723
267821;	4291879	;4590
316033;	4309064	;5883
169711;	4269185	;7647
239339;	4322395	;4973
184251;	4280304	;4918
322464;	4316381	;6850
306982;	4323316	;6267
331493;	4317540	;7332
222193;	4250338	;6866
233784;	4311961	;4712
195763;	4241905	;5087
257046;	4287263	;4437
252967;	4233073	;5874
220662;	4311920	;4255
222898;	4306902	;4878
194326;	4279542	;4435
257508;	4318111	;4995
136548;	4256404	;6613
167254;	4338706	;5843
345434;	4342206	;6414
925195;	4584253	;6523
942450;	4607925	;5822
960653;	4623692	;6116
950484;	4614619	;6512
904873;	4645890	;5932
906765;	4639096	;5719
946495;	4623384	;6865
898531;	4614335	;6432
936632;	4647057	;7675
906682;	4598388	;6541
940951;	4619820	;6086
936208;	4618693	;6539
951718;	4639264	;10510
916411;	4662997	;7140
889510;	4600690	;6116
933110;	4670535	;7600
952309;	4631029	;8120
945605;	4608120	;6230
935370;	4668692	;7723
467790;	4634356	;5990
535452;	4722464	;10153
442175;	4687880	;5697
447908;	4689594	;6027
430756;	4763102	;11099
467937;	4765542	;9752
406170;	4682408	;4415
455256;	4657773	;6398
431439;	4618728	;4844
447631;	4713595	;6087
486348;	4633063	;7450
436523;	4708134	;6586
411064;	4724764	;8838
459344;	4608646	;4952
441026;	4719724	;7951
503642;	4725181	;5422
436129;	4714924	;8246
466184;	4731062	;6670
489250;	4645858	;7286
472011;	4681066	;9291
475606;	4777603	;13351
460076;	4615427	;5732
496893;	4648163	;9983
408174;	4730047	;7747
399369;	4726929	;7110

501220;	4645232	;8668
457872;	4653223	;5909
476611;	4652365	;6396
428595;	4735883	;7003
438675;	4729524	;5835
427654;	4721949	;7251
431111;	4730706	;6593
453312;	4754458	;7262
406235;	4687343	;4599
431859;	4662370	;5266
251077;	4460772	;9618
309047;	4369263	;8258
256481;	4437597	;9092
288137;	4368295	;10628
210423;	4375902	;4837
260603;	4342151	;5633
206163;	4384710	;6329
176703;	4414776	;6229
197884;	4432290	;5910
249204;	4447096	;13293
285174;	4357206	;9071
198264;	4372197	;5292
229126;	4475272	;12070
257175;	4444459	;17707
202590;	4412799	;5603
253515;	4355736	;6616
242807;	4350989	;6665
268474;	4402806	;6152
218622;	4401848	;6054
255177;	4433934	;10182
252299;	4370992	;6766
168840;	4457295	;11095
172134;	4397050	;5319
210182;	4455594	;9593
311812;	4397302	;4491
240714;	4458652	;7478
255885;	4038918	;8576
285684;	4084697	;7482
207960;	4044265	;6093
288559;	4070746	;21811
251069;	4061885	;6719
214295;	4047447	;6079
212741;	4040432	;6047
201097;	4075366	;5826
265877;	3988767	;7251
216797;	4085324	;5457
282352;	4060879	;11271
407236;	4761652	;9778
433756;	4812837	;13107
435335;	4815814	;10921
434651;	4786819	;18766
751168;	4425806	;4685
740712;	4455720	;6363
753371;	4431004	;4576
709127;	4451384	;5502
731075;	4465142	;5109
743372;	4415428	;4909
742091;	4434773	;4512
714909;	4414204	;4879
741628;	4449267	;5296
747410;	4424448	;4429
705441;	4422214	;5603
382174;	4304471	;5088
489025;	4346451	;3664
481747;	4359967	;3909
403305;	4315839	;5486
427113;	4288176	;4447
495496;	4305753	;5178
339839;	4293402	;6302
503942;	4274928	;4704
405999;	4287319	;4548
417931;	4299179	;4668
385280;	4280838	;5703
387253;	4300605	;5527
489237;	4361680	;4143
429468;	4319354	;4095

406193;	4301714	;5088
422032;	4331109	;5043
433130;	4342722	;5218
351548;	4297307	;6430
400673;	4274620;6207	
432273;	4284524	;4125
407947;	4352505	;6942
469994;	4314132	;4124
499591;	4323323	;3966
419083;	4331539;	4763
421017;	4325631	;4486
398131;	4321454;	5434
414744;	4310034	;4362
458408;	4352874	;4571
407901;	4280576	;4303
435455;	4319179;4321	
485621;	4279749	;5146
341412;	4311659	;6952
466236;	4290750;4185	
416258;	4300584	;4170
353514;	4153549	;3464
333694;	4253219	;5226
382858;	4163904	;4838
306765;	4238398	;5294
301035;	4232830	;6396
378562;	4195226	;5676
369163;	4172556	;4676
368261;	4200318	;5875
323332;	4228767	;6133
275940;	4245055	;5746
288519;	4238176	;5672
302658;	4189145	;7103
368546;	4141275	;6888
378780;	4209867	;5426
320140;	4188744	;5858
353322;	4211518	;7013
346342;	4254818	;5026
301695;	4242901	;4970
337985;	4249431	;5188
343732;	4140038	;5247
343060;	4139649	;4217
337167;	4159095	;4908
354254;	4260375	;5065
357780;	4243199	;6092
326912;	4258328	;5104
643568; 4402045		;6470
617714;	4426893	;6587
574739;	4357283	;4621
629318;	4414128	;4167
629318;	4414128	;6307
633886;	4397552	;5229
511536;	4372656	;4287
595518;	4380328	;5374
581088;	4435666	;6851
591398; 4453021		;8448
578162;	4397400	;6683
596476;	4417960	;5536
549101;	4361951	;4627
646461;	4412587	;5519
536583;	4428846	;5348
560730;	4364376	;5345
515904;	4442248	;6660
599201;	4353548	;5173
620969;	4401039	;5109
609528;	4402101	;4227
537363;	4414975	;4663
1014539; 4655529		;6622
926110;	4687792	;9793
992277; 4697054		;5270
930470;	4677497	;9607
986611;	4657280	;8120
951332;	4677254	;9626
519395;	4183101	;3429
447406;	4131160	;4738
450473;	4096008	;5123
447264;	4116368	;5187

487962;	4128815	;3258
528651;	4193915	;5801
530641;	4190655	;4349
456208;	4086640	;5153
397476;	4114053	;4832
451961;	4109868	;4838
410975;	4130944	;6433
545853;	4175192	;3132
549364;	4201935	;5663
454255;	4077805	;4930
493362;	4482564	;4875
512223;	4536379	;5605
486093;	4498300	;4186
593975;	4522166	;5293
474838;	4538879	;7889
514340;	4468237	;5032
576165;	4534451	;4138
494949;	4565975	;5898
503834;	4488113	;5487
549218;	4758764	;16698
543026;	4781643	;14826
596979;	4793214	;23451
589275;	4796194	;18742
577906;	4795498	;15949
177628;	4198227	;10764
152445;	4207196	;7932
173503;	4126711	;6010
155335;	4168057	;6543
148589;	4143935	;5541
149727;	4131068	;5129
172192;	4203106	;11651
159654;	4132326	;4992
174940;	4157227	;8465
182163;	4178718	;7594
735788;	4665823	;3823
699658;	4686504	;7812
714192;	4678133	;7042
763356;	4729881	;13864
752216;	4703920	;10586
736105;	4720960	;11567
703136;	4735971	;18352
767032;	4671663	;6603
749582;	4637791	;4385
704233;	4677344	;6225
777109;	4680827	;6900
691747;	4651217	;4391
721151;	4662571	;5990
692654;	4664422	;4575
726345;	4738237	;17187
770933;	4718587	;11850
805740;	4673144	;5730
716824;	4710851	;8477
764381;	4719756	;13281
718417;	4739248	;13079
718310;	4678538	;7740
736220;	4630635	;4288
782199;	4708870	;11465
728014;	4653031	;3842
767805;	4730392	;12595
784919;	4715624	;11449
701852;	4728524	;14385
699743;	4725839	;12260
418146;	4146806	;7272
403939;	4161136	;5559
407442;	4210725	;4904
402722;	4203381	;6308
436225;	4243739	;6598
499585;	4191707	;9788
499829;	4195868	;7998
510089;	4192946	;11065
459641;	4167150	;5886
497031;	4223145	;7265
430599;	4181521	;5837
458034;	4188424	;6113
446131;	4236577	;6142
414877;	4175350	;5420

429071;	4202802	;5013
517834;	4225630	;7841
442849;	4177020	;5573
528951;	4219282	;9210
394770;	4192228	;5521
507168;	4180924	;8164
502518;	4188163	;14217
493963;	4188782	;5547
539207;	4218431	;7536
481843;	4233583	;6036
507267;	4207275	;14640
467227;	4207553	;6349
427846;	4160431	;9046
492524;	4218679	;6159
510567;	4675559	;9177
505728;	4706675	;4841
529384;	4703465;	5038
564371;	4687783	;5079
512151;	4713716	;4658
555028;	4700227	;4098
544595;	4702744;	4278
562216;	4683137	;4477
524775;	4670259;	6471
547363;	4681756	;6375
261891;	4709756	;5330
342858;	4759617	;13609
236345;	4674687	;6251
326076;	4741347	;8867
315169;	4766791	;16060
247869;	4760602	;11707
305547;	4770918	;16870
260779;	4687248	;4295
270691;	4740806	;6783
253408;	4763180	;9581
282597;	4718651	;5746
266269;	4747904	;9612
226260;	4684186	;7910
322467;	4768759	;14198
304749;	4690054	;5559
239339;	4749304	;9448
289590;	4722758	;5046
239694;	4760444	;11099
349141;	4767038	;14024
339934;	4750888	;13631
314532;	4764185	;15077
257521;	4757628	;11690
335609;	4759787	;13200
249195;	4759626	;10323
271581;	4734693	;6596
249297;	4762403	;10163
332872;	4693030	;4618
264100;	4730991	;7967
303373;	4742421	;8424
292363;	4685624	;4394
247957;	4725691	;9157
836866;	4674161	;6025
862115;	4695150	;6722
840588;	4634420	;4584
828154;	4709244	;12795
826886;	4702599	;10239
830552;	4602106	;3844
834517;	4699250	;8598
835632;	4721754	;7711
828731;	4714003	;12467
838327;	4727421	;6417
822361;	4668845	;7229
887315;	4664469	;7945
855931;	4668078	;7200
857412;	4682474	;7111
822814;	4676533	;6718
438154;	4519051	;9318
410713;	4510851	;6659
486342;	4441103	;4620
451895;	4458819	;4318
433006;	4470064	;4787
437652;	4478504	;4149

442467;	4473686	;4682
458580;	4472038	;4494
414748;	4514967	;14532
451937;	4538130	;6611
388640;	4469975	;5544
426439;	4528380	;8059
456449;	4510749	;5063
473255;	4455321	;5187
387850;	4095065	;9571
317610;	4083336	;8271
372595;	4065320	;5349
376477;	4071242	;5856
671563;	4230754	;2909
654137;	4212951	;2601
630494;	4191111	;4427
649348;	4220139	;2852
590866;	4211661	;4320
646289;	4227699	;3509
622823;	4231318	;2766
599628;	4218792	;3567
688165;	4168883	;3239
676883;	4175850	;2951
701427;	4168116	;3608
637069;	4233243	;2957
601928;	4198351	;3070
644098;	4194576	;3160
590995;	4184567	;2972
588723;	4172983	;3351
613674;	4193111	;3583
614600;	4170373	;2613
578954;	4225840	;4301
606854;	4247062	;3698
566538;	4220643	;5792
596882;	4228408	;4156
632644;	4213744	;3028
669203;	4204923	;2673
663915;	4200807	;3212
665553;	4198311	;3056
666512;	4215970	;2989
655528;	4202678	;3004
693537;	4184490	;3305
605104;	4157917	;2589
641716;	4223332	;3556
690850;	4186370	;2688
625033;	4188559	;4637
635896;	4176307	;3160
646329;	4222766	;3120
665189;	4276789	;3261
586299;	4728155	;7123
586836;	4692283	;3869
628742;	4648559	;4261
579220;	4724338	;5967
594537;	4656998	;3782
619303;	4690601	;5756
656198;	4752312	;13885
610583;	4705113	;5310
608681;	4776142	;17174
648334;	4720134	;8143
83995;	4711369	;14639
136102;	4701028	;13418
165878;	4708446	;13843
159370;	4692371	;7707
119522;	4694423	;18348
394484;	4751223	;8365
374986;	4725475	;5606
373340;	4741243	;10744
367801;	4688735	;5033
337601;	4649867	;4423
354183;	4683450	;5089
377529;	4746875	;9933
371677;	4637290	;4541
390787;	4716724	;5599
363800;	4752843	;11771
381671;	4648995	;4259
376522;	4663892	;4463
371195;	4655194	;4238

372861;	4651924	;3693
358096;	4751261	;10942
375266;	4747225	;10518
358758;	4665922	;4158
372617;	4751285	;8951
374412;	4667941	;4808
357464;	4709458	;5284
388947;	4744059	;7299
357646;	4740469	;10800
368663;	4752131	;11926
362801;	4753943	;11544
349075;	4743429	;10736
376024;	4641995	;4374
374357;	4645419	;4791
341658;	4656256	;4519
341658;	4656256	;4519
409401;	4666478	;4675
35182;	4713155	;16372
35765;	4710884	;15952
27482;	4691973	;14339
234552;	4511517	;5029
287841;	4522610	;4197
316431;	4555017	;4174
246839;	4516954	;5452
281524;	4491156	;4361
200832;	4500134	;5534
273751;	4491079	;6973
296641;	4501530	;5455
236496;	4486743	;16808
233437;	4483609	;14233
293183;	4512428	;4924
190549;	4563436	;6862
282810;	4542820	;4516
205000;	4492400	;5285
299454;	4514261	;4094
244384;	4500210	;9818
192935;	4508489	;4865
289882;	4535793	;3982
215320;	4491072	;7046
215467;	4488750	;6678
237513;	4505544	;7104
244224;	4502377	;7699
250677;	4491351	;11162
257208;	4518150	;5206
217364;	4550455	;6425
207695;	4530754	;6312
406708;	4564720	;4746
393732;	4553177	;4571
453164;	4565507	;7238
479140;	4572633	;6971
386551;	4526141	;4507
453487;	4597579	;4584
436266;	4549752	;7034
394700;	4563650	;4585
428411;	4557689	;5252
459823;	4569785	;8149
420304;	4583527	;5238
406124;	4533638	;4696
415346;	4556596	;5227
380757;	4515282	;4995
404468;	4535756	;5398
351625;	4130151	;4551
316004;	4156762	;5416
313505;	4105010	;6388
230333;	4159103	;5193
285702;	4134046	;5314
267705;	4115709	;5406
233572;	4139710	;5977
551703;	4571708	;4358
539238;	4592910	;5980
561475;	4563149	;3050
494281;	4603908	;5574
524503;	4636176	;7198
499490;	4593574	;5325
479629;	4580959	;5590
545255;	4656912	;7879

506085;	4609614	;5772
509322;	4611005	;5645
519651;	4640016	;9657
848069;	4559519	;5869
709275;	4555492	;3567
736778;	4549632	;3969
708976;	4538106	;4225
667030;	4428741	;4844
642875;	4525264	;4080
609176;	4475802	;7955
676151;	4454863	;5153
690964;	4458309	;4445
696253;	4541459	;2982
764447;	4523741	;5396
667275;	4520377	;5716
715801;	4460491	;5390
642200;	4491996	;4188
726300;	4517195	;4097
656009;	4468301	;4134
662758;	4450860	;5121
673532;	4526446	;5262
319953;	4419165	;6107
316023;	4408924	;5454
351791;	4449635	;6929
423315;	4447029	;4545
365636;	4423159	;3969
447682;	4412905	;4211
431220;	4444795	;4256
473883;	4397047	;4517
367675;	4417572	;4466
433610;	4392973	;3774
489935;	4383290	;4743
398169;	4424197	;4698
378231;	4431429	;5301
344275;	4440840	;6505
412443;	4412919	;3793
716652;	4299463	;7377
722527;	4364427	;4638
696513;	4408155	;4996
721799;	4336942	;4947
668281;	4326974	;3907
654325;	4327612	;4789
725263;	4302264	;7101
707389;	4293662	;6137
673638;	4409453	;4380
680134;	4313355	;5524
663542;	4335201	;5268
712751;	4309848	;4931
705482;	4357169	;4951
707694;	4300457	;5575
662421;	4399953	;4470
676746;	4384968	;5605
663723;	4372219	;4552
667027;	4385245	;4927
732583;	4396202	;4649
664246;	4414799	;4572
668053;	4403776	;4599
654202;	4382202	;4989
726524;	4373492	;4601
726247;	4368238	;4829
686228;	4400494	;5224
314502;	4575434	;3241
391747;	4622766	;4885
345716;	4560666	;3917
326085;	4645974	;4510
326108;	4645973	;4300
359107;	4625495	;4291
329977;	4658378	;4351
320123;	4562795	;3734
372044;	4599644	;5494
313056;	4670844	;4499
330432;	4638924	;4343
328285;	4650241	;4177
318670;	4611592	;4127
406770;	4605589	;6237
294947;	4656220	;4275

381805;	4608270	;4395
382499;	4608258	;4755
368082;	4604806	;4436
346060;	4618204	;5009
324184;	4661298	;4463
315939;	4640365	;4235
342713;	4599453	;4608
333314;	4643794	;4298
312449;	4621628	;4432
315035;	4658753	;4497
351356;	4613772	;5350
520328;	4777589	;14744
498425;	4802547	;10296
278978;	4653459	;4424
279127;	4654534	;4515
272672;	4639918	;4842
249270;	4653675	;4665
236168;	4569365	;5251
245819;	4608397	;6134
268810;	4623986	;4765
272436;	4632515	;4684
176748;	4660941	;13831
266198;	4614807	;4826
269551;	4661015	;4487
246852;	4617934	;5670
203755;	4664857	;9072
260693;	4623326	;5010
273817;	4664892	;4689
199271;	4662265	;10224
189844;	4660045	;15257
190169;	4670077	;13737
234432;	4607727	;6476
275177;	4653424	;3984
253506;	4616158	;5738
241318;	4618595	;7164
300554;	4650966	;4515
653781;	4625606	;3924
635133;	4586509	;4040
614929;	4628578	;4678
665057;	4718598	;7271
642698;	4669994	;5084
621789;	4632394	;4106
737892;	4598267	;3749
642667;	4692952	;5569
586710;	4571825	;3645
738177;	4571908	;3391
633428;	4552789	;4530
721889;	4575097	;3685
635381;	4593085	;4087
652928;	4585197	;3879
684091;	4662280	;5590
772251;	4589814	;3665
715180;	4613422	;3733
681645;	4561049	;4181
606255;	4558852	;4323
627272;	4556597	;3855
642292;	4683254	;5390
600951;	4637621	;5418
607751;	4575839	;4441
612961;	4611332	;3734
653680;	4691641	;5642
606050;	4572915	;3989
676504;	4612953	;3593
665850;	4614242	;3294

c - Fichero de texto: Costa.txt que recoge las coordenadas que delimitan la península Ibérica.

num	x	y
750	697957.677127	4185047.69472
751	697859.196712	4183132.77307
752	698175.214181	4182771.51954
753	698090.738235	4182293.15342
754	697934.077351	4182613.49312
755	695958.704644	4193082.70771
756	696186.36493	4191844.01382
757	696290.004914	4190167.10877
758	696908.852029	4188087.71245
759	697216.378395	4186848.50978
760	700490.725089	4170425.13786
761	700140.697875	4171385.19818
762	698846.947295	4173828.21329
763	698776.049228	4174746.41062
764	698462.075431	4175307.23188
765	698225.255287	4175588.22671
766	698227.534683	4175827.55601
767	698116.738579	4176746.13055
768	697968.19093	4177904.4076
769	697976.382199	4178742.34489
770	698062.46374	4179380.29691
771	698150.432809	4180217.71211
772	698157.043093	4180896.06148
773	698163.198723	4181534.42877
774	698426.803582	4179896.59134
775	698260.495434	4179219.28493
776	698173.332552	4178461.72188
777	698163.615307	4177464.08204
778	698391.127556	4176225.54112
779	698701.624939	4175305.6666
780	698933.7754	4174545.79841
781	699286.163011	4173825.14322
782	699441.579072	4173385.20743
783	700070.637437	4172383.24437
784	700264.767355	4171823.34279
785	700582.624964	4171661.50345
786	701132.660089	4170739.96571
787	701564.401555	4169978.90487
788	701961.29752	4169736.76312
789	702200.057437	4169655.3244
790	702036.043341	4169217.50449
791	701874.028722	4168979.1554
792	701708.045762	4168341.87954
793	701104.874308	4167907.15694
794	700700.171768	4167351.27123
795	700453.223791	4166594.81732
796	699690.33525	4166161.12031
797	698209.31708	4165772.2326
798	695770.180993	4165389.89113
799	695129.892759	4165234.66229
800	694447.715737	4164880.20655
801	694284.107469	4164482.33294
802	693524.89751	4164407.7157
803	692684.23199	4164173.95071
804	692040.383739	4163659.72205
805	691797.028304	4163262.39081
806	690800.52883	4163428.68217
807	689801.787002	4163355.67403
808	689361.857198	4163278.8846
809	689364.987356	4163598.0348
810	689050.646635	4164118.87895
811	688613.07782	4164281.43338
812	688132.511625	4164125.17823
813	688290.230302	4163924.59246
814	688286.400948	4163525.60455
815	687206.202642	4163293.52033
816	687044.609758	4163095.1412
817	686727.939874	4163376.54163
818	686446.963034	4163218.89434
819	686438.866995	4162381.06627
820	685637.455976	4162067.32418
821	685199.084412	4162150.10889
822	684794.918133	4161634.17869
823	683955.819449	4161560.00989
824	683353.164775	4161165.09438

825 683190.017876 4160807.12209
826 682629.635484 4160651.32918
827 681554.934688 4160977.7659
828 680478.309667 4161104.69005
829 679718.751099 4160990.16771
830 678642.174496 4161117.10712
831 679804.387993 4161588.06074
832 680208.494331 4162103.95032
833 679493.811673 4162507.746
834 678095.138183 4162357.56929
835 677581.604814 4162919.60045
836 677348.611282 4163599.44989
837 677350.905992 4163838.84307
838 677514.048826 4164196.80216
839 677680.600456 4164913.85613
840 677002.697775 4164998.2528
841 676203.591329 4164923.81894
842 676357.949307 4164364.16043
843 676355.239452 4164084.90668
844 676591.703237 4163764.12234
845 676108.872022 4163368.4113
846 675754.198235 4163849.55466
847 675431.743402 4163532.55409
848 674992.718292 4163535.48148
849 674671.103798 4163298.23655
850 674583.985883 4162540.75035
851 673943.032434 4162305.69781
852 673106.236896 4162470.9016
853 672350.880978 4162795.18088
854 671512.623468 4162800.76934
855 670517.805848 4163126.58514
856 669358.672723 4162974.71224
857 668962.938955 4163336.39727
858 668200.363213 4162902.61161
859 667596.315502 4162348.11158
860 667513.110399 4161989.65828
861 666790.796861 4161595.45715
862 666191.276436 4161519.70125
863 665107.147961 4160848.67034
864 664781.788166 4160212.47808
865 664456.822443 4159616.15968
866 664411.601986 4159057.91912
867 665089.777412 4159013.55213
868 665920.368021 4158210.13583
869 665996.052428 4157770.7432
870 664998.954909 4157857.20457
871 664682.294817 4158138.52381
872 662169.305275 4158314.81889
873 660932.667062 4158402.85729
874 660262.810029 4159324.84472
875 660387.075141 4159802.7694
876 660391.222968 4160241.63235
877 660118.558663 4160961.52614
878 658886.906005 4161568.08807
879 657812.252101 4161894.43244
880 657136.69465 4162218.03437
881 656815.884686 4162060.55764
882 655660.968289 4162347.4722
883 654821.996127 4162273.15208
884 653664.514282 4162280.80425
885 653341.130649 4161844.15258
886 652941.213683 4161766.94865
887 652733.867677 4160930.55246
888 652890.46729 4160610.33195
889 652647.260044 4160212.93026
890 651489.779176 4160220.56678
891 650330.537358 4160028.76684
892 650015.315543 4160469.58461
893 648937.673432 4160476.68871
894 647781.665387 4160643.8066
895 647580.609726 4160485.61497
896 646943.473393 4160649.33438
897 646261.26763 4160254.91138
898 645619.383705 4159899.99108
899 645099.063252 4159743.81141
900 644013.653954 4158913.12278

901 643526.977265 4158078.60211
902 642999.970546 4157204.35306
903 642158.512105 4156850.83509
904 641155.634391 4156298.87969
905 640673.397618 4155942.97642
906 640430.272687 4155545.63798
907 640217.832163 4154150.84103
908 638580.838615 4154081.65105
909 637177.73121 4153412.6676
910 636252.18285 4152580.94122
911 635647.639576 4151946.55655
912 634880.27229 4150954.32501
913 633862.716929 4148806.82693
914 633447.493497 4147054.43471
915 633518.15563 4146056.74316
916 633756.092677 4145895.64246
917 633593.945299 4145617.47698
918 633348.594269 4144980.84956
919 632747.112197 4144665.61018
920 632031.065649 4144909.60115
921 631878.016144 4145628.65443
922 631519.954595 4145750.62153
923 630881.509657 4145754.77439
924 630040.98546 4145480.92675
925 629436.598148 4144846.60097
926 628511.811324 4144094.73657
927 627507.289045 4143343.31664
928 626868.856949 4143347.45143
929 626506.818834 4143030.77494
930 626502.115537 4142512.22451
931 626021.829008 4142355.80348
932 625946.722669 4142874.81136
933 625627.536307 4142876.87801
934 625105.836557 4142561.08045
935 625103.296127 4142281.94019
936 624783.335045 4142204.23751
937 624345.203582 4142286.80805
938 622618.891298 4141141.1984
939 621452.662608 4140151.46771
940 620613.296219 4139997.36443
941 620089.143817 4139402.43384
942 619767.066132 4139085.42269
943 619767.066132 4139085.42269

45 619767.066132 4139085.42269
46 618847.872691 4138931.80056
47 618524.365015 4138455.24359
48 618111.597132 4136942.19484
49 617835.176873 4137263.10242
50 617077.113121 4137267.87099
51 616515.607143 4136952.41435
52 615101.032505 4134967.22178
53 614648.887743 4133494.45484
54 613716.800891 4131904.99661
55 611986.50404 4130280.86746
56 610898.157966 4129051.53367
57 610213.094087 4128298.1399
58 609730.413149 4127862.48305
59 608803.873226 4126871.36666
60 608113.757304 4125559.61478
61 607545.595223 4124486.50918
62 607022.703224 4124011.22726
63 606623.716262 4124013.80464
64 606342.660563 4123816.16496
65 605938.738586 4123260.46201
66 605175.43062 4122667.09312
67 604682.749373 4121114.91131
68 604141.954662 4118645.85949
69 603570.640317 4117213.85118
70 603559.493772 4115977.73176
71 603625.343408 4114422.2222
72 603531.199409 4112827.79843
73 603161.130081 4111593.94328
74 602357.264974 4110921.16267
75 601752.182193 4110167.42051

76 601177.734183 4108376.64116
77 601041.60948 4106543.32804
78 601027.598597 4104988.43239
79 600537.568341 4103715.572
80 599931.091485 4102802.30904
81 599208.877786 4102328.45103
82 599045.07925 4101850.97489
83 598758.449427 4101015.56821
84 598906.516568 4099738.76408
85 598661.505332 4099102.3508
86 598259.051028 4098706.21933
87 598012.35325 4097870.42401
88 598007.677531 4097352.21381
89 597727.781359 4097274.19471
90 597161.273839 4096360.73784
91 597068.966178 4094965.99275
92 597137.694145 4093729.65171
93 597289.642974 4092891.36847
94 597524.996674 4092451.36985
95 597202.38127 4092054.7807
96 596959.604086 4091657.5641
97 596594.609532 4090982.13622
98 596034.897535 4090826.2173
99 595279.414539 4091070.11362
100 594042.51012 4090998.17118
101 593442.232084 4090762.75592
102 592351.97488 4089254.64798
103 591538.510399 4087465.75397
104 590932.916785 4086632.341
105 590451.586802 4086316.43319
106 590094.155632 4086478.17105
107 589695.394371 4086480.60817
108 589091.942496 4085886.45186
109 588849.230471 4085489.26656
110 588523.445866 4084733.85915
111 587842.761105 4084419.2495
112 587833.98854 4083422.62576
113 588071.718083 4083261.76956
114 587900.262998 4081907.43352
115 588417.125373 4081744.81475
116 588333.820543 4081346.64618
117 588569.172459 4080906.74463
118 588245.985187 4080430.3076
119 588201.519081 4079912.38857
120 587639.049618 4079437.60664
121 586881.446447 4079442.26831
122 586161.662832 4079207.62484
123 585237.218911 4078376.21123
124 584632.49308 4077622.62942
125 583790.247156 4077069.78513
126 583147.825195 4076555.58651
127 583138.993808 4075559.10569
128 583285.414774 4074083.30787
129 583035.32613 4072849.27736
130 582354.409019 4072494.75824
131 581269.876562 4071584.60996
132 579794.051825 4071513.99505
133 578752.675425 4070962.48161
134 578509.933181 4070565.29167
135 578666.301781 4070205.61384
136 577704.582693 4069653.52702
137 577581.806207 4069295.62243
138 577696.49652 4068736.85312
139 578015.45452 4068734.8781
140 576491.094373 4067668.15305
141 575930.577534 4067392.57046
142 575016.114235 4067677.15741
143 574494.084121 4067241.92107
144 573852.074794 4066767.6285
145 572418.375661 4066935.75217
146 571616.939567 4066462.38998
147 570945.508147 4067183.88789
148 570348.952381 4067346.91949
149 569720.477968 4068426.97549
150 566768.231182 4072789.46574
151 564953.681479 4075032.50683

152 562818.623563 4077118.23831
153 561432.48333 4078202.76036
154 560123.987038 4079047.75831
155 558611.092777 4079296.02857
156 556621.722739 4079786.33379
157 555384.446801 4079634.19792
158 554221.069597 4078804.11235
159 552659.177044 4077976.26619
160 551656.345271 4077264.68366
161 550453.227864 4076434.77576
162 549896.445613 4076597.56809
163 549380.852178 4076919.49455
164 548588.618945 4077522.08903
165 547520.553483 4078524.90915
166 546327.891798 4078930.57262
167 545609.583384 4078855.14191
168 545087.92852 4078459.54368
169 544684.248102 4077864.0266
170 543447.716266 4077791.51306
171 542293.574108 4078037.52531
172 541694.903699 4077961.24634
173 541214.418786 4077724.94821
174 540851.68211 4077248.73687
175 540053.654999 4077173.61754
176 539216.459766 4077178.48678
177 538058.619825 4076985.98077
178 536889.653435 4075438.20555
179 535516.338684 4073293.70658
180 534747.343959 4071903.11261
181 534498.910971 4070788.46044
182 534494.294265 4070230.45553
183 534321.686415 4068637.11716
184 533229.293783 4066690.39705
185 532385.237724 4065858.28435
186 531740.586966 4065024.99857
187 531056.070991 4064191.95173
188 529973.623598 4063440.97846
189 529056.778529 4063446.2473
190 527977.26834 4063053.84225
191 527416.692014 4062738.20896
192 526978.240882 4062740.69851
193 526576.629807 4062384.3576
194 525498.544277 4062151.34468
195 523744.046436 4062081.62794
196 522268.567269 4062010.32973
197 521268.27213 4061537.78213
198 520351.507164 4061542.98665
199 519518.336098 4062025.91558
200 518688.678671 4062947.32272
201 517857.108819 4063629.64424
202 516865.729066 4064272.90495
203 515910.390487 4064437.68998
204 514993.586699 4064442.91178
205 514233.090617 4064048.59312
206 513150.77741 4063297.42933
207 512635.09034 4063619.12106
208 512156.776226 4063621.86702
209 511090.184409 4064823.54719
210 509945.984029 4066304.70002
211 509042.525628 4067983.82366
212 507730.888268 4068469.40331
213 506979.471924 4069230.9494
214 506303.709664 4069473.91323
215 505307.13842 4069479.44792
216 504388.421653 4069245.42099
217 503228.941172 4068813.39054
218 501829.97384 4068342.74907
219 500513.928614 4068270.35394
220 499359.16362 4068436.09011
221 497925.355108 4068603.48767
222 497445.20194 4068366.89566
223 496691.551845 4068849.36192
224 493859.440189 4068625.74236
225 491151.281731 4068959.35195
226 488164.321741 4069334.35893
227 487327.220278 4069338.88769

228 486486.748429 4068905.00032
229 485609.80019 4068909.64939
230 484849.915561 4068594.92546
231 484174.697686 4068917.40088
232 483180.31467 4069201.83815
233 482382.391973 4069126.35044
234 482024.853061 4069287.72135
235 481385.25706 4069052.03452
236 481263.537868 4068773.64542
237 480944.026274 4068695.59206
238 480545.435561 4068697.71059
239 479948.637894 4068860.38214
240 478875.707473 4069304.5794
241 478555.546859 4069146.85831
242 477800.645476 4069469.81806
243 476964.698797 4069633.76764
244 476126.954431 4069558.41694
245 475325.856236 4069044.53519
246 472645.660449 4067823.03352
247 471928.191589 4067826.80214
248 471570.612478 4067988.16767
249 471251.693546 4067989.78921
250 470652.582079 4067833.52776
251 469736.345957 4067918.03532
252 468854.55442 4067284.90492
253 468252.765457 4066769.84902
254 468249.203786 4066291.52948
255 467486.139449 4065538.18306
256 467003.639513 4064982.71579
257 466325.102147 4064866.66427
258 465767.122193 4064869.54451
259 465087.119501 4064554.25425
260 464605.183275 4064078.45575
261 464405.866455 4064079.39346
262 463527.730256 4063924.57112
263 463406.159283 4063646.21
264 463007.505583 4063648.2567
265 462849.236588 4063808.57187
266 462406.613122 4063252.74402
267 461927.121864 4063095.78844
268 459017.958147 4063190.64635
269 458380.19937 4063193.94554
270 457939.889347 4062957.04021
271 457182.612273 4062960.90555
272 456547.167619 4063283.03682
273 455950.422976 4063445.60743
274 455159.856575 4064366.45718
275 453578.267712 4066128.51796
276 453059.16487 4066011.655
277 452661.455017 4066133.21141
278 452817.067419 4065614.18299
279 452736.187269 4065455.21881
280 452101.89394 4065936.75849
281 451584.55779 4066059.03601
282 451504.82978 4066059.37685
283 451185.058415 4065941.4991
284 451103.604733 4065702.68107
285 450822.221658 4065385.24993
286 450343.354224 4065307.92264
287 449508.511668 4065631.07874
288 448593.433093 4065874.92702
289 447601.232892 4066477.99678
290 447127.791567 4067158.05509
291 446695.570008 4068037.23414
292 446219.244293 4068318.66499
293 445743.203297 4068640.05788
294 443987.508041 4068409.76977
295 442670.780095 4068256.9801
296 440919.673998 4068664.39497
297 440480.05031 4068507.14317
298 440239.168113 4068269.20199
299 439153.701642 4066998.98461
300 438754.524084 4066921.18425
301 437997.12032 4066924.97979
302 437358.758975 4066848.42763
303 436922.796089 4067209.40483

304 436364.668991 4067212.21019
305 435926.165313 4067214.37639
306 435528.679913 4067375.89454
307 435163.99985 4066540.52054
308 434841.413717 4066023.89664
309 434839.680728 4065784.72892
310 433843.672982 4065869.36627
311 433690.16323 4066707.24754
312 433217.105149 4067467.08301
313 432461.99001 4067789.74501
314 431863.444601 4067712.95602
315 431462.575079 4067396.10336
316 431380.883462 4067117.41547
317 430623.480385 4067121.08802
318 430387.350838 4067560.8833
319 430031.392533 4067961.28434
320 428997.372316 4068325.15145
321 428800.92577 4068724.83705
322 428322.502042 4068727.17312
323 427645.349708 4068810.20579
324 426491.493002 4069134.79296
325 425856.772692 4069576.49641
326 424741.569006 4069741.45574
327 423863.989353 4069666.02733
328 423344.105036 4069429.37961
329 422787.094418 4069591.60052
330 422189.661112 4069674.2374
331 421709.622766 4069437.32512
332 421188.357291 4069001.34563
333 420787.400756 4068684.32006
334 420268.109887 4068527.39625
335 419272.550414 4068691.73075
336 418113.774634 4068298.59223
337 417196.835231 4068303.10119
338 416395.957049 4067788.6879
339 415115.060297 4067037.35393
340 414276.285451 4066802.20122
341 413400.339047 4066965.90722
342 412326.159349 4067289.94202
343 411332.485543 4067733.32154
344 410417.252432 4067976.84964
345 408029.316231 4068586.34769
346 407590.749462 4068588.41671
347 406753.003204 4068512.64319
348 405043.111191 4069158.6623
349 404286.708574 4069321.76514
350 403608.954152 4069324.94769
351 402888.641906 4068929.69553
352 400881.484246 4066865.89608
353 400522.157077 4066787.85586
354 399524.938809 4066712.75388
355 398608.023023 4066717.03198
356 398046.964731 4066281.12236
357 395293.047691 4065815.45016
358 389429.057456 4065284.44026
359 388072.252634 4065091.27174
360 386995.866325 4065096.2132
361 385044.207829 4065384.18379
362 382452.301414 4065316.32913
363 378623.752201 4065134.22898
364 376751.249228 4065342.08844
365 374918.331235 4065509.72517
366 373442.196243 4065356.89438
367 372920.659405 4064840.88375
368 372838.362236 4064442.42012
369 372000.387723 4064326.53018
370 371684.22309 4064766.57293
371 371080.426056 4063852.21335
372 369826.249019 4060946.97353
373 369060.485698 4059634.51452
374 368178.222354 4058801.05138
375 367334.283239 4057728.28478
376 363992.63005 4052439.96782
377 362991.426857 4051686.6633
378 362389.491327 4051051.34834
379 362067.39646 4050534.41673

380 361069.916965 4050379.2587
381 359473.887054 4050146.86824
382 357916.817495 4049754.77562
383 356476.231427 4048843.89817
384 356315.036988 4048565.50507
385 355754.073493 4048089.40319
386 354828.393077 4046618.20218
387 354062.824225 4045265.77512
388 353819.280264 4044549.15699
389 352733.979049 4043038.69593
390 352491.947576 4042561.33543
391 351574.42802 4042445.58674
392 351214.744919 4042287.551
393 350498.171648 4042449.98296
394 349500.722574 4042294.66896
395 348340.093165 4041502.13636
396 347579.622173 4040986.98167
397 346501.506915 4040672.40687
398 345583.404452 4040436.99571
399 343749.781294 4040444.49406
400 342513.712983 4040369.87076
401 339448.612467 4041099.90756
402 336224.708231 4041950.27253
403 334234.380783 4042436.79216
404 332521.435954 4042643.0384
405 330768.84007 4042889.25226
406 328695.471194 4042817.67411
407 327938.067309 4042820.77487
408 326178.38159 4041830.88853
409 324859.060566 4041158.13729
410 323220.405973 4040406.98619
411 321942.488832 4040013.28235
412 319300.86777 4038109.52522
413 318544.365844 4038271.90482
414 317468.752173 4038395.69832
415 316711.111114 4038358.69813
416 315550.668449 4037565.71609
417 314831.639474 4037289.29933
418 313834.544121 4037213.39538
419 312518.616665 4037138.63878
420 311077.255412 4035987.69756
421 309596.869769 4034996.45258
422 308358.5715 4034522.54862
423 307281.414073 4034367.1225
424 306680.235312 4033771.1497
425 306077.385496 4032856.3433
426 305082.504154 4033178.97292
427 304364.992134 4033181.63481
428 303844.189429 4032705.01801
429 302762.185669 4031632.46075
430 300839.023262 4029805.18707
431 299838.710906 4029091.06673
432 299676.574018 4028573.30882
433 298865.931306 4026024.29173
434 298742.818971 4025346.90174
435 298173.066153 4023116.14679
436 297488.632164 4021802.78807
437 296769.267931 4021446.50666
438 295645.201602 4019895.47051
439 294758.852502 4018064.5256
440 292666.739762 4014244.27228
441 292148.229707 4014166.39191
442 291064.191482 4012615.2241
443 290133.555098 4009867.43545
444 289726.84395 4008234.27561
445 289642.554944 4007317.58213
446 289274.997726 4005564.71037
447 289187.502376 4004010.2302
448 288936.690245 4001658.97868
449 288930.832711 4000502.94757
450 288605.94497 3999268.25962
451 288287.113722 3999269.3126
452 288091.253991 3999947.67038
453 288095.828774 4000864.50987
454 287540.328367 4001344.79996
455 286947.138009 4002263.65929

456 287542.931703 4001862.93908
457 287468.545651 4002939.56523
458 287471.735962 4003577.47374
459 287553.042476 4003896.09797
460 287713.848561 4004174.60106
461 287796.366793 4004732.42827
462 287560.65684 4005411.00743
463 286408.704114 4006172.37043
464 285894.167305 4006891.69796
465 285417.771137 4007252.10174
466 284660.974714 4007334.36674
467 283984.178631 4007496.09099
468 282987.860531 4007499.40094
469 281992.370218 4007662.22531
470 280353.853668 4006750.68658
471 279951.738801 4006034.31016
472 279588.546591 4005118.57333
473 279345.803646 4004361.77994
474 279260.405716 4003205.89393
475 279255.569834 4002209.28444
476 279568.753888 4001052.10928
477 279474.54068 3998062.42521
478 279472.407763 3997623.95699
479 279789.699747 3997304.00516
480 280227.624274 3997222.83218
481 280704.248741 3996902.35836
482 280860.268438 3996224.13463
483 280298.835131 3995468.52674
484 279699.878981 3995231.34498
485 279059.676094 3994675.28844
486 278817.741605 3994078.12254
487 277978.600475 3993602.4311
488 277220.552061 3993405.51957
489 276384.338292 3993527.73928
490 275667.870669 3993689.49431
491 274310.935198 3993255.166
492 273070.926748 3992262.56006
493 270837.215538 3991791.08647
494 268919.835164 3990800.4304
495 267522.053316 3990127.01704
496 266005.291587 3989573.4525
497 264848.034436 3989218.23144
498 264527.098728 3988740.74622
499 264365.688484 3988302.73225
500 264086.782364 3988303.56278
501 263928.244922 3988503.3515
502 263929.018198 3988662.88254
503 264210.123502 3989140.41961
504 263618.279402 3990417.88678
505 262392.256939 3992454.83328
506 261559.305336 3993294.5557
507 260406.729276 3993975.7761
508 259571.239691 3994297.24357
509 258736.395467 3994738.36517
510 258181.333067 3995377.92965
511 257427.276189 3996057.91409
512 256588.848343 3995741.51441
513 255869.513833 3995305.05426
514 254952.203673 3995148.34598
515 254036.323812 3995310.49347
516 252723.793928 3995912.44972
517 251452.059269 3996713.67371
518 250063.875958 3998232.90393
519 249506.568481 3998394.09381
520 248908.741569 3998395.79679
521 248388.129253 3997839.07569
522 247828.987096 3997561.55813
523 247151.421516 3997563.56442
524 246757.548447 3998641.37278
525 246319.883139 3998802.0855
526 245846.09174 3999840.29168
527 244854.806227 4000999.56942
528 244302.123652 4002237.42338
529 243549.566703 4003316.2781
530 240732.170017 4006235.66494
531 238826.917526 4008115.65882

532 237277.811445 4009396.32218
533 236362.270526 4009718.06196
534 235604.451049 4009640.50354
535 235603.055936 4009321.45652
536 235207.183767 4009960.76962
537 234888.267733 4009961.69075
538 234368.976657 4009723.82718
539 234208.110035 4009405.19478
540 233290.095586 4009128.68803
541 231813.984871 4008893.635
542 230737.600272 4008896.60071
543 229384.024755 4009339.25653
544 228309.28885 4009741.11578
545 227592.040748 4009822.92708
546 227152.77176 4009664.61277
547 226833.219626 4009505.89893
548 226515.277116 4009746.12694
549 226397.69423 4010225.10829
550 226080.915655 4010744.56383
551 225326.614995 4011504.52594
552 225010.666105 4012223.38901
553 223468.569987 4015299.13168
554 223114.550739 4016456.96159
555 222800.105567 4017534.90962
556 222485.276147 4018533.1339
557 222130.299035 4019451.68295
558 221337.387729 4020531.03458
559 220424.740477 4021610.77836
560 219749.069339 4022131.22375
561 219071.840062 4022292.74878
562 218274.282975 4022295.04615
563 217516.285233 4022217.3676
564 217001.713425 4023136.39109
565 216368.793085 4024375.04246
566 215937.483026 4026131.7231
567 215625.291864 4027768.44617
568 214953.649896 4029286.48588
569 214081.36174 4030525.82816
570 214041.477864 4030525.92343
571 213246.232295 4031086.81684
572 213086.709266 4031087.32601
573 212648.641237 4031248.17097
574 212092.061647 4031688.61166
575 211815.576736 4032327.84529
576 211738.251485 4032926.56874
577 211899.450404 4033325.14774
578 212018.421716 4033165.20561
579 212182.835226 4034321.91799
580 211986.253124 4035000.82484
581 211829.151119 4035599.76627
582 211834.31169 4036836.7797
583 212440.712356 4038750.44769
584 212000.385588 4038392.6122
585 211599.220594 4037835.06609
586 211436.150943 4036997.60814
587 211433.004953 4036239.46661
588 211428.125585 4035082.20839
589 211584.885149 4034403.39069
590 211581.203592 4033525.61968
591 210898.569393 4032410.3199
592 210581.304889 4032850.10076
593 210423.732865 4033329.32175
594 210266.353673 4033848.53694
595 210110.272318 4034687.01394
596 209954.573351 4035605.2549
597 209679.334974 4036563.62676
598 209203.84467 4037323.21691
599 208888.204095 4038162.11189
600 208772.410065 4039080.27495
601 208132.859415 4038762.89789
602 208138.344292 4040079.83865
603 207782.826862 4040918.81345
604 206756.999951 4043635.58864
605 205414.182522 4046872.04944
606 205019.386523 4047870.98574
607 204941.142638 4048230.43749

608 204503.964846 4048630.87329
609 203706.469312 4048712.95835
610 202788.868301 4048715.59847
611 202789.877812 4048955.12026
612 203428.854233 4049112.96407
613 203430.624534 4049551.90232
614 203631.821364 4049950.52378
615 204191.012006 4050108.4981
616 204869.522222 4050186.30203
617 205508.328946 4050304.18304
618 205586.964791 4050024.49788
619 205345.262782 4049466.45278
620 205582.766847 4049026.77806
621 205780.907475 4048706.89913
622 206337.428637 4048226.3522
623 206651.981219 4047147.8921
624 207008.858308 4046627.98689
625 207725.887105 4046386.41206
626 207404.926658 4045948.33347
627 207324.153223 4045709.09011
628 207321.286945 4045030.66766
629 207832.721297 4043313.19151
630 208306.585965 4042154.44624
631 208863.792692 4041873.52759
632 209301.96755 4041712.53836
633 209980.051011 4041710.59983
634 210299.521744 4041789.52267
635 210136.261854 4040912.08817
636 209614.2152 4040075.49479
637 209214.191212 4039797.32146
638 209051.964378 4039159.28623
639 209367.922 4038400.15373
640 209765.732256 4038159.57273
641 210124.749477 4038158.62428
642 210445.191739 4038476.9521
643 210448.35895 4039235.10386
644 210532.593249 4040312.28356
645 210938.265069 4041907.30157
646 211538.245027 4042304.61529
647 211779.598416 4042782.82696
648 211942.02127 4043460.77014
649 212542.025528 4043858.02812
650 213061.106315 4043976.27213
651 213222.045038 4044294.98816
652 213024.302523 4044694.63558
653 213025.607448 4045013.88833
654 213387.195088 4045611.44671
655 213786.784869 4045769.91795
656 215225.309917 4046364.15297
657 215625.608872 4046682.21254
658 215627.312429 4047081.32236
659 215230.319997 4047521.49624
660 214392.945646 4047603.78432
661 213633.659622 4047286.82606
662 212952.295171 4046530.60257
663 212391.780392 4046053.35645
664 211073.535993 4045618.29751
665 210076.256549 4045621.25021
666 209399.475557 4045942.47587
667 208922.628277 4046382.8805
668 208567.20479 4047222.06959
669 208489.734548 4047780.99119
670 209407.537407 4047858.06435
671 210009.824626 4048774.23762
672 210411.668822 4049451.53975
673 210816.897311 4050927.00994
674 211100.721645 4052003.71368
675 211106.369435 4053320.75096
676 210911.206382 4054319.12779
677 210673.722759 4054758.86987
678 210195.643165 4054919.97833
679 209437.246107 4054842.38683
680 209037.307266 4054604.16234
681 207959.846226 4054527.62265
682 207521.260398 4054608.76525
683 207365.464941 4055487.26349

684 206971.020099 4056566.1289
685 206534.698178 4057166.13294
686 206298.28462 4057845.43021
687 205224.365616 4058646.92048
688 204227.43916 4058769.68177
689 203827.952599 4058651.13099
690 203230.652512 4058932.33483
691 202833.023014 4059252.88671
692 201677.89911 4059735.3385
693 200560.409743 4059658.83755
694 200080.214996 4059340.9333
695 199919.321593 4059022.09845
696 199519.616288 4058863.63677
697 199001.600473 4059024.80827
698 197926.286397 4059506.98009
699 197169.971644 4059948.35711
700 196177.282345 4061108.92152
701 196258.112707 4061348.19284
702 196263.533978 4062665.5825
703 196027.68082 4063504.59371
704 195470.381519 4063825.64823
705 194798.965332 4065504.31444
706 194127.231924 4067103.17604
707 193138.946572 4069341.90501
708 192664.516426 4070421.34201
709 192667.92213 4071219.79419
710 192591.206408 4071978.56824
711 192432.976327 4072298.42861
712 192435.128704 4072817.55003
713 192596.132828 4073136.47354
714 193836.128044 4073811.36312
715 193835.136485 4073571.806
716 194354.942701 4073809.77304
717 194915.733442 4074287.22716
718 195318.713341 4075204.18393
719 195917.345733 4075202.38595
720 196756.612249 4075479.33176
721 197917.362691 4076274.13438
722 198518.563914 4076871.14997
723 199157.804977 4077028.92499
724 199757.867888 4077346.47306
725 200559.647027 4078182.34954
726 200084.720276 4079102.13074
727 199405.856065 4079024.37501
728 198688.182932 4079186.40339
729 198250.874966 4079587.03394
730 197693.400938 4079868.27295
731 197414.290005 4079948.9688
732 196618.21287 4080430.56618
733 196181.052738 4080871.09743
734 195866.354418 4081950.15302
735 195040.939961 4084907.48196
736 193581.67812 4088985.11477
737 192000.183496 4092504.2637
738 190173.609863 4094746.50896
739 188148.715782 4097308.8566
740 186322.537004 4099671.06548
741 183816.931784 4101915.77199
742 181271.376171 4104160.75769
743 178365.885723 4106327.09448
744 175062.346806 4108814.26367
745 171319.140588 4111263.14347
746 168094.602713 4113670.57223
747 166183.983559 4115154.85327
748 162557.78932 4117084.24591
749 155940.544432 4120182.15444

0 152435.217428 4122510.9838
1 152272.467951 4121792.15617
2 151873.675344 4121953.33213
3 151196.626345 4122434.98251
4 150119.061187 4122678.16014
5 148563.748294 4123282.5104
6 147488.279623 4124045.1712
7 146413.501798 4124967.76691

8 145058.546033 4125771.36654
9 143504.662176 4126775.39063
10 140672.585005 4127863.42335
11 139435.912019 4128306.97117
12 138955.366557 4128028.79715
13 138118.188507 4128471.04622
14 137601.928239 4129232.06594
15 134445.675367 4129242.04659
16 130290.863597 4129334.88038
17 130728.249786 4128813.95256
18 133125.198824 4128726.55664
19 135440.786058 4128319.60893
20 136759.249504 4128315.46327
21 137358.491054 4128313.55853
22 137676.925949 4128032.75672
23 137196.594827 4127794.4822
24 127729.866362 4128343.60518
25 124253.719356 4128354.20418
26 121656.287856 4128282.28027
27 120097.521829 4128167.05286
28 118817.625002 4127851.0851
29 117577.726117 4127535.03392
30 115336.906408 4126702.23855
31 114176.300047 4126225.91991
32 112175.531965 4125472.30573
33 110776.712385 4125396.39127
34 109939.836806 4126038.50106
35 109503.150069 4126799.49711
36 109030.097066 4128559.95211
37 108794.669245 4129720.0999
38 108796.845778 4130319.73201
39 108799.56101 4131039.398
40 108802.726134 4131878.99129
41 108447.368396 4133039.54523
42 107730.279651 4133641.46498
43 107133.520549 4134362.88234
44 106896.876516 4135203.30102

945 106896.876516 4135203.30102
946 107138.261955 4135642.39764
947 107741.517836 4136640.13407
948 107665.564249 4137679.96696
949 107151.698366 4139200.92749
950 106837.887252 4140761.27064
951 106524.872135 4142521.68032
952 106530.350455 4143961.09748
953 106454.926668 4145121.02722
954 106778.774693 4146199.59338
955 107023.987683 4147598.44759
956 107268.632144 4148837.31607
957 107192.87096 4149917.25325
958 107035.328489 4150517.56074
959 106119.857767 4151520.23812
960 105641.481666 4151841.66425
961 105363.974785 4152442.36746
962 105964.539205 4152680.4282
963 106445.113593 4152918.74818
964 106447.163777 4153438.65132
965 106130.206836 4154159.48586
966 105734.425212 4155160.49429
967 105658.041792 4156080.6139
968 105659.959978 4156560.47225
969 105662.009456 4157080.38561
970 105386.766445 4158240.97363
971 105072.166288 4159561.80849
972 105075.144343 4160321.60893
973 105518.869587 4161319.96056
974 104601.021724 4161722.96694
975 103925.372139 4162725.02671
976 103689.473029 4163725.61401
977 103413.610769 4164726.45971
978 102695.125893 4165008.80597
979 101616.361946 4165172.30961
980 101460.401361 4166172.72875
981 101383.936318 4167052.92346

982 100787.637514 4167894.83782
983 100550.158772 4168495.5758
984 100631.706772 4168895.29664
985 101032.789701 4169213.95101
986 101632.621458 4169251.95198
987 101793.854825 4169571.38672
988 101636.486013 4170211.86462
989 101719.541826 4170971.5396
990 102960.713196 4171407.34368
991 103044.726312 4172407.01946
992 103048.668156 4173366.91473
993 103132.002391 4174206.5916
994 103812.851719 4174484.19792
995 104292.943425 4174562.57973
996 104454.845422 4175042.04122
997 105218.350472 4175959.35481
998 105661.618661 4176797.74596
999 105907.95987 4178356.88037
1000 106908.698613 4178633.32936
1001 107470.399487 4179111.37235
1002 107755.472424 4180350.296
1003 107842.78816 4182109.96764
1004 108252.754291 4184508.41264
1005 108738.868578 4185986.6109
1006 109185.760678 4187664.98673
1007 110028.769737 4188421.98322
1008 110034.022654 4189661.95487
1009 110957.289239 4190498.55554
1010 112358.829776 4190973.49409
1011 115008.444865 4193403.68666
1012 117936.004076 4195352.7152
1013 119461.406289 4196706.95477
1014 120953.01383 4199421.18647
1015 121355.895488 4200099.63673
1016 122479.604532 4201015.33516
1017 122964.267995 4202093.39737
1018 122893.701509 4204173.58214
1019 122979.719899 4205493.20048
1020 124308.745609 4207568.0487
1021 125477.591642 4209563.48673
1022 125847.781776 4211801.97681
1023 125935.60135 4213481.64682
1024 125659.423837 4214282.7043
1025 125945.646122 4215641.63749
1026 127267.900769 4216196.34786
1027 128587.494108 4216191.0843
1028 130271.004543 4217024.28247
1029 132031.557294 4217257.11102
1030 133347.343002 4216451.88411
1031 134667.240487 4216526.56411
1032 136067.545409 4216680.85125
1033 137146.776741 4216596.47056
1034 137507.792491 4216835.04064
1035 137592.459984 4217834.56797
1036 137519.975994 4219394.74276
1037 138283.369522 4220151.61581
1038 139367.065678 4220987.01007
1039 140087.978511 4221224.0764
1040 140925.322662 4220740.69341
1041 142761.352501 4220053.23486
1042 142996.455508 4219052.38271
1043 143833.391373 4218488.9412
1044 145071.888282 4218283.9432
1045 146633.024612 4218637.40719
1046 147711.147515 4218353.01495
1047 148233.100295 4218790.82191
1048 148560.911171 4220429.14734
1049 149807.495513 4221863.71233
1050 150266.688666 4225781.17473
1051 150593.903657 4227259.50216
1052 151999.199344 4228413.38318
1053 152367.823699 4230171.58145
1054 152543.305698 4233250.37104
1055 152566.399112 4237809.75031
1056 151886.134968 4237732.64621
1057 150648.966428 4238217.94888

1058 149808.465087 4238061.62497
1059 147802.785996 4236830.3416
1060 147559.774792 4236231.48016
1061 146798.844404 4235994.78002
1062 146158.58268 4235917.49885
1063 145238.435987 4235841.50772
1064 144475.875502 4235284.72549
1065 143919.199835 4235927.09222
1066 143398.123708 4235689.38685
1067 142994.442059 4234931.06096
1068 141676.043678 4235176.69734
1069 140485.494908 4237021.77078
1070 139697.75859 4239465.21288
1071 138464.21565 4240710.68496
1072 138109.642645 4241792.17847
1073 138110.912172 4242032.19314
1074 138360.065927 4243871.305
1075 137887.15068 4245273.52223
1076 137291.534963 4246116.15463
1077 135815.531081 4246882.70836
1078 132681.961324 4252097.16735
1079 127320.364269 4259722.76982
1080 126492.041216 4262047.16057
1081 125421.750008 4263972.6173
1082 124662.036772 4264056.06077
1083 122350.567791 4265787.13417
1084 122350.567791 4265787.13417
1085 123276.364427 4266903.34522
1086 124281.642006 4267899.18022
1087 124686.205962 4268777.67012
1088 125211.033079 4269695.61198
1089 124854.938146 4270457.48907
1090 123891.260288 4269781.5968
1091 122810.242954 4269626.54417
1092 123138.121967 4271145.65106
1093 123786.286717 4272703.22826
1094 124393.187315 4274021.07473
1095 124998.102863 4274938.55465
1096 124923.735935 4276019.42507
1097 124889.759526 4277179.97221
1098 126257.131473 4278534.24125
1099 126826.302213 4280252.31638
1100 128757.304251 4282243.99328
1101 129165.421196 4283762.68427
1102 129770.613524 4284720.21169
1103 130538.088144 4286077.16204
1104 129016.878966 4285924.27266
1105 128299.24125 4286407.91931
1106 129223.240879 4294567.07825
1107 129908.399234 4295484.20142
1108 129993.014051 4296324.16063
1109 130599.476203 4297481.77376
1110 132163.909203 4298194.50589
1111 134087.68222 4298785.34609
1112 135417.332237 4300459.57639
1113 136584.462359 4301694.3556
1114 138267.119157 4302086.17151
1115 138712.286736 4303004.36262
1116 140764.431024 4305074.95741
1117 142291.31597 4306227.78787
1118 144453.169079 4306457.06463
1119 145213.785443 4306533.30826
1120 145620.396165 4307691.6902
1121 146471.44933 4309608.07221
1122 147556.895413 4310522.93587
1123 149644.023981 4311672.80122
1124 150050.261521 4312751.01693
1125 149817.488588 4314032.64817
1126 149583.590908 4315114.21521
1127 148988.409026 4315997.59383
1128 149312.466068 4316676.15069
1129 150156.551662 4317352.10985
1130 151001.868014 4318228.10803
1131 152415.787292 4320581.65828
1132 153547.182379 4322496.38047
1133 154956.194952 4323969.53822

1134 155729.01915 4326126.2354
1135 157621.678655 4328197.08365
1136 157072.357235 4330040.55101
1137 157158.232214 4331040.3986
1138 157329.610944 4332960.24252
1139 154712.652952 4337015.60163
1140 152365.181117 4339269.09312
1141 149885.400641 4339482.42619
1142 146195.869357 4338141.52945
1143 143476.359502 4338436.21871
1144 142321.243772 4339362.83174
1145 142579.994554 4342523.1661
1146 142675.230444 4345084.02672
1147 141840.288069 4346009.0149
1148 140123.462033 4346698.72298
1149 135968.042624 4347881.95396
1150 134220.32569 4350132.86361
1151 134318.226798 4353134.29516
1152 134416.477753 4356175.78427
1153 134576.524758 4356174.84356
1154 135349.49883 4358252.06807
1155 132685.349773 4361188.77535
1156 131537.561067 4363356.73261
1157 130144.137647 4364605.46237
1158 129470.40394 4365729.99333
1159 129639.475822 4367210.23929
1160 129248.926796 4368813.68689
1161 128414.656225 4369859.12905
1162 129720.46681 4373934.91982
1163 129725.605728 4374775.61015
1164 129693.218385 4376016.75195
1165 129743.047714 4377617.78755
1166 130388.744641 4378454.68301
1167 130234.055584 4379336.28843
1168 127082.422178 4381115.89429
1169 126168.326285 4382202.04476
1170 124487.974239 4382371.87923
1171 123095.229806 4383741.08045
1172 122553.310483 4386746.94222
1173 121876.707925 4387391.49
1174 119556.059076 4387645.14788
1175 117964.108951 4389175.83434
1176 116983.759451 4392504.83738
1177 115508.11669 4393434.41842
1178 114030.718356 4394083.76031
1179 113202.858036 4396170.83724
1180 113130.77658 4397452.50983
1181 112534.703377 4398176.76432
1182 112060.004572 4399100.58241
1183 111988.181698 4400422.36744
1184 111794.285302 4401424.57139
1185 111398.692194 4402187.82917
1186 111161.183619 4402629.70777
1187 111484.050599 4403028.19252
1188 113406.547879 4403096.70483
1189 113726.843209 4403094.83471
1190 117406.752785 4402472.20174
1191 119042.755239 4401581.57927
1192 120480.855486 4401052.43713
1193 122198.468528 4400401.6419
1194 124121.195954 4400550.34124
1195 125961.112371 4400259.09161
1196 128197.24547 4399324.93046
1197 129360.04177 4399598.22461
1198 130848.133242 4400670.31115
1199 133015.858015 4401578.13798
1200 135537.950907 4401562.9981
1201 137216.509959 4401112.60992
1202 137536.726206 4401110.73726
1203 139097.473666 4401021.33957
1204 140616.066779 4400611.95931
1205 144335.037776 4399989.34494
1206 146018.02298 4400259.4734
1207 147942.018984 4400648.31411
1208 149662.122569 4400477.88626
1209 151901.330914 4400104.28824

1210 155750.828196 4401161.92576
1211 156517.248674 4402077.85823
1212 157172.779271 4404395.28872
1213 157624.490388 4406153.65681
1214 158274.111021 4407550.52893
1215 158286.619401 4409471.57932
1216 158740.631 4411550.06321
1217 158821.168195 4411629.58137
1218 159389.450915 4412826.85447
1219 159435.802759 4413787.14747
1220 159005.53003 4415310.60751
1221 159095.404764 4416790.9806
1222 160183.826697 4417944.95031
1223 161625.250445 4418016.14364
1224 163354.931907 4419286.18825
1225 164125.262293 4420762.36578
1226 165533.409438 4421834.14223
1227 166298.921609 4422589.80662
1228 166711.532218 4424428.24399
1229 166848.853514 4426988.80991
1230 166860.12226 4428669.59293
1231 167426.43075 4429546.59735
1232 168438.468821 4431221.18132
1233 168450.937697 4433061.97478
1234 168943.743184 4434899.85297
1235 169634.805852 4436456.34505
1236 170165.260241 4437933.74936
1237 170808.732728 4438369.92388
1238 170055.585342 4439455.22597
1239 169348.278092 4441380.76349
1240 168516.207882 4442626.80305
1241 168440.863914 4443307.6001
1242 167847.337402 4444312.0303
1243 166690.931626 4444959.79723
1244 165902.959214 4446805.93371
1245 164913.593171 4448453.29318
1246 164480.218613 4449456.66896
1247 163404.081752 4450143.9949
1248 161165.182842 4450558.74838
1249 159844.151222 4450567.33084
1250 158848.068201 4451254.2104
1251 158017.885132 4452780.5836
1252 157947.564934 4454181.95039
1253 157575.561228 4458267.11737
1254 157749.071485 4460187.30971
1255 159852.308499 4463255.51395
1256 161415.280725 4463485.37723
1257 162656.216602 4463477.18726
1258 163898.892091 4463709.11146
1259 164584.266366 4464385.04329
1260 166583.774178 4464091.61159
1261 169065.06217 4463995.14043
1262 171509.350933 4464339.19978
1263 172077.413606 4465416.11825

1612 172077.413606 4465416.11825
1613 172250.846223 4467295.99504
1614 172259.90677 4468576.62475
1615 172707.243246 4469574.16269
1616 174880.497863 4471200.55907
1617 177046.872546 4471866.43112
1618 178294.804003 4472858.63169
1619 177904.519689 4474261.98861
1620 178472.674422 4475338.67926
1621 179718.366843 4476010.66117
1622 177569.827788 4477825.99112
1623 176023.019938 4479837.37445
1624 175035.516113 4481685.02839
1625 174132.769881 4484172.42022
1626 173984.178754 4485774.3286
1627 174679.181661 4487770.56725
1628 176578.58812 4490238.87967
1629 177029.99281 4491756.65331
1630 177875.842357 4492471.21935
1631 178438.85888 4492827.49761
1632 178283.984702 4493548.92642

1633 177973.696713 4494911.73224
1634 177990.101274 4497152.74847
1635 175241.56986 4499012.70964
1636 175496.070082 4500971.97959
1637 176110.752506 4502888.63123
1638 176876.920566 4503643.72267
1639 177285.182345 4504721.45972
1640 179068.147807 4507630.44864
1641 179642.794866 4509547.33164
1642 179566.905202 4510108.18
1643 179251.715008 4510790.6239
1644 179191.347366 4513432.37981
1645 178759.598103 4514595.95216
1646 178767.701151 4515676.50315
1647 178535.87714 4516798.73309
1648 177705.748548 4518205.23084
1649 177314.718322 4519448.72506
1650 177405.325021 4520848.78562
1651 177658.726208 4522607.76799
1652 178436.221019 4524843.32592
1653 178366.768552 4526244.5767
1654 178015.553191 4527447.63551
1655 178230.897312 4529447.03775
1656 178398.281091 4530406.30798
1657 178878.956204 4530442.86812
1658 179315.93884 4529999.5252
1659 179958.314304 4530234.94001
1660 180122.321903 4530754.03957
1661 180052.934762 4532155.15163
1662 179905.650317 4533837.00958
1663 179429.482397 4534400.75442
1664 178430.874138 4534688.18137
1665 177515.65547 4535415.12
1666 176925.240662 4536740.17211
1667 176777.405611 4538341.99759
1668 176629.194093 4539903.91274
1669 175798.417309 4541190.52918
1670 174099.165478 4544084.58705
1671 172199.448172 4546940.08364
1672 170691.189378 4548632.21257
1673 170226.909958 4550716.72833
1674 171076.02086 4551791.02419
1675 172398.371371 4551941.25101
1676 174075.02891 4551328.44237
1677 175471.239186 4550677.73121
1678 177231.41458 4550504.5931
1679 178636.210294 4550974.41005
1680 180484.214379 4551801.05536
1681 183839.727979 4556017.86988
1682 185501.556617 4558646.55416
1683 185110.659805 4559849.88326
1684 184521.746153 4561334.92877
1685 184890.564258 4562412.59942
1686 186539.602347 4563400.5476
1687 187835.625594 4565311.49045
1688 189927.4962 4566616.21649
1689 190978.624252 4567928.73396
1690 191430.908828 4569445.82972
1691 192445.862013 4571238.71046
1692 194101.559326 4573066.66695
1693 194549.774848 4574063.55664
1694 195553.593991 4574456.0526
1695 196871.92723 4574125.9701
1696 198115.229832 4574436.62893
1697 198872.582296 4574030.79648
1698 199474.182589 4574186.31796
1699 199801.037469 4575024.07386
1700 200442.71065 4575179.2338
1701 200961.180112 4574935.19245
1702 200953.180063 4573935.11074
1703 201188.925583 4573373.15673
1704 202110.105208 4573446.24854
1705 203596.69781 4574155.17685
1706 203802.848985 4574913.68196
1707 205135.350754 4576383.94121
1708 206298.93092 4576735.19888

1709 206694.363935 4576132.06997
1710 207609.191491 4575405.05532
1711 208372.161127 4575719.39566
1712 209213.257437 4575793.00563
1713 209458.775183 4576471.29518
1714 208986.177167 4577435.03162
1715 208951.548934 4578115.30862
1716 209719.306992 4579029.70847
1717 210482.89081 4579423.94779
1718 212043.756243 4579412.10516
1719 213052.2461 4580404.56196
1720 213339.711303 4581322.50756
1721 214263.702411 4581755.58413
1722 214590.321527 4582553.13225
1723 214598.911661 4583633.12403
1724 215247.247202 4584628.33033
1725 216529.495159 4584818.58881
1726 218093.472957 4585206.72496
1727 218618.237736 4585762.82374
1728 218023.413492 4586447.32697
1729 217024.842303 4586694.9225
1730 217112.904228 4587694.27202
1731 218204.975823 4589126.0864
1732 219569.471777 4589595.62545
1733 220361.200939 4588509.61296
1734 221197.064289 4587943.23109
1735 222040.058406 4588256.86853
1736 223604.590677 4588724.9226
1737 223690.701187 4589484.2615
1738 223536.165282 4590165.50372
1739 222620.180019 4590732.47507
1740 222546.328576 4591492.94683
1741 223150.41977 4591968.42175
1742 224230.875907 4591960.13813
1743 225321.731715 4593231.77033
1744 225729.576549 4594188.61589
1745 225496.288707 4595030.37975
1746 225344.942572 4596111.45921
1747 226030.725508 4596786.18418
1748 226675.898477 4597381.21475
1749 227005.366655 4598538.67844
1750 227530.799094 4599174.55269
1751 228452.405545 4599327.48751
1752 228304.676312 4600848.4745
1753 229145.087721 4600842.07966
1754 229706.565262 4600997.80164
1755 229159.014425 4602561.79452
1756 230401.148735 4602752.26343
1757 230807.771915 4603549.00992
1758 231896.288425 4604540.50967
1759 232670.26699 4606214.44431
1760 233525.55146 4608047.54435
1761 235094.320845 4609035.33386
1762 233952.846786 4611363.75572
1763 232397.869415 4612055.67807
1764 232197.824327 4612057.24258
1765 231283.339658 4612784.28127
1766 230895.623226 4614306.99252
1767 229510.863666 4616237.57618
1768 228003.190431 4617809.19155
1769 226294.040582 4619222.40311
1770 223863.216057 4620481.37831
1771 221307.192505 4621101.42151
1772 219825.825985 4621033.11333
1773 218389.161788 4621524.44047
1774 217311.071045 4621812.94268
1775 214990.667737 4621911.28563
1776 214150.87855 4621997.93357
1777 213745.045019 4621321.22625
1778 213659.095635 4620601.93124
1779 212973.770197 4620007.28566
1780 211811.214467 4619776.56542
1781 210726.373046 4619265.15297
1782 209568.140309 4619554.26548
1783 206910.605298 4622455.55904
1784 206157.839286 4623381.63923

1785 206203.502843 4624061.30047
1786 207082.621989 4623894.21956
1787 206456.563562 4625619.32337
1788 206384.91649 4626619.93336
1789 205710.825457 4627385.37225
1790 205559.143664 4628386.63291
1791 204880.747195 4628632.09344
1792 204886.434877 4629312.07895
1793 205655.875703 4630385.91425
1794 206513.656031 4632459.08731
1795 207089.352964 4634294.51652
1796 208110.636769 4636766.21628
1797 208646.375658 4638601.79815
1798 208648.375245 4638841.76125
1799 208987.44962 4641078.95272
1800 209766.699964 4643312.63204
1801 205374.371542 4644508.45237
1802 205866.807941 4645944.307
1803 206723.788143 4647897.28892
1804 207421.11326 4649891.40342
1805 207512.05865 4651170.68816
1806 205250.025425 4653429.22338
1807 204333.704703 4653916.70289
1808 203437.566813 4652084.21481
1809 202517.128519 4652091.84105
1810 201508.396455 4651140.11478
1811 200509.940128 4651388.34527
1812 197984.872204 4650969.29528
1813 194819.026224 4650515.56106
1814 193941.977632 4650922.83161
1815 191424.252062 4651383.82356
1816 189886.634431 4654116.92334
1817 189386.218622 4656441.29166
1818 186470.256482 4657145.84072
1819 185591.139393 4657313.23242
1820 185736.439433 4655591.83922
1821 185401.812548 4653914.44737
1822 184549.264817 4652521.35249
1823 182462.804394 4651938.69137
1824 182107.67428 4652541.81295
1825 181109.135187 4652790.17799
1826 179460.769985 4651963.89837
1827 176625.337767 4652747.86697
1828 174543.825082 4652765.53098

2603 169221.95371 4653050.52902
2604 167902.391714 4653221.73146
2605 166507.094983 4653913.86104
2606 165822.834305 4653479.49857
2607 165502.552932 4653482.24787
2608 164225.382476 4653933.19795
2609 163437.484766 4655420.46713
2610 163003.00455 4656104.41192
2611 161093.587123 4657521.24298
2612 159536.064486 4657974.77021
2613 158377.207558 4658224.84378
2614 157691.444995 4657630.4651
2615 157204.796091 4656914.29016
2616 156205.268671 4657082.9669
2617 154841.356547 4656774.59556
2618 154034.72807 4656101.13884
2619 154262.833564 4654698.5634
2620 154739.499443 4654254.30296
2621 154927.568701 4652852.0558
2622 154910.276441 4650851.327
2623 154705.587204 4650332.83862
2624 154447.475121 4648254.10302
2625 154875.924046 4646849.77153
2626 153584.067089 4645620.07251
2627 152018.885619 4645193.22784
2628 150329.773785 4644327.04208
2629 149011.309276 4644658.41355
2630 145675.026102 4643165.99331
2631 144276.04926 4643458.04543
2632 143225.039727 4642306.32223

2633 141503.350761 4642320.92968
2634 139744.223205 4642656.18447
2635 139035.518842 4644063.12424
2636 137826.417474 4643152.8488
2637 137012.177001 4641598.6941
2638 136406.336624 4641003.48858
2639 135078.75814 4640294.28221
2640 133627.264484 4639145.90796
2641 133158.073073 4640470.81597
2642 133485.621972 4641308.60926
2643 133653.293181 4642187.82332
2644 132856.216588 4642635.02515
2645 131943.822255 4643643.53362
2646 132110.544868 4644402.62378
2647 131798.421871 4645366.01176
2648 128954.620293 4645310.51622
2649 128963.921294 4646391.17279
2650 126715.126148 4645690.13926
2651 127264.755358 4644404.38864
2652 127262.654666 4644164.16494
2653 125371.875016 4643179.63853
2654 123604.286913 4642554.34464
2655 122525.056959 4642803.86149
2656 121278.462675 4642214.19148
2657 119440.630796 4642750.52282
2658 118434.997795 4642238.76702
2659 118442.174382 4643079.33628
2660 119133.765347 4644314.50503
2661 119625.406211 4645591.37544
2662 119627.433019 4645831.5207
2663 120111.466793 4646227.66541
2664 121045.047104 4647660.75571
2665 119803.560805 4647671.61692
2666 118726.406353 4648161.40725
2667 117721.696513 4647769.74455
2668 115880.800885 4647945.90023
2669 114648.670081 4649037.67131
2670 113417.189748 4650209.53859
2671 112022.025883 4650982.45075
2672 110938.881361 4650791.75926
2673 110697.230324 4650633.78498
2674 109568.812046 4649842.96858
2675 108604.400738 4649490.99744
2676 107926.282075 4649817.28434
2677 107252.023258 4650583.9372
2678 106001.628039 4649594.05106
2679 104991.581898 4648601.89083
2680 104068.95826 4648449.81748
2681 103065.494959 4648218.36718
2682 99740.1793 4648167.6204
2683 99086.739205 4646731.78613
2684 97880.181347 4646181.87115
2685 96951.502763 4645349.06598
2686 96713.971323 4645671.52142
2687 95877.973685 4646279.5887
2688 96505.662409 4649357.46354
2689 96366.455713 4651761.44044
2690 96702.324973 4653520.311
2691 95944.040935 4653847.39655
2692 94944.734997 4654096.62552
2693 94197.706782 4651139.96976
2694 93574.837354 4648622.5262
2695 92330.918087 4648393.37177
2696 91323.501333 4647721.44155
2697 89485.990341 4648338.43782
2698 88161.841052 4648109.93841
2699 87386.033754 4646434.77453
2700 86377.218942 4645602.70763
2701 85890.136053 4644886.13327
2702 85036.994871 4643531.91858
2703 84317.672366 4643738.51936
2704 83114.693832 4643629.01707
2705 82221.806016 4642315.2753
2706 80615.83106 4641928.88061
2707 78691.303195 4641785.70375
2708 76969.152843 4641881.13455

2709 75884.918208 4641610.3443
2710 74529.99012 4642463.56556
2711 72812.265009 4643079.676
2712 73157.29477 4645880.62752
2713 73332.920741 4647641.42863
2714 72506.245494 4649331.27639
2715 71019.157533 4648823.9536
2716 70356.33969 4650912.83251
2717 70127.49993 4652236.83818
2718 69127.568547 4652446.08983
2719 69138.524758 4653687.82426
2720 70153.313887 4655160.72662
2721 71655.646172 4657390.18338
2722 72665.511297 4658302.30992
2723 73520.377814 4659816.6124
2724 74133.78889 4661212.84336
2725 75458.84469 4661521.15739
2726 76387.078794 4662273.70573
2727 77239.459178 4663507.5383
2728 78163.426797 4663779.52236
2729 79485.138621 4663727.31945
2730 80411.227847 4664239.55001
2731 80742.107981 4665397.99461
2732 80994.301518 4666717.38502
2733 80842.242525 4667639.86802
2734 80694.232299 4669002.85979
2735 80541.850305 4669885.3689
2736 80026.410368 4670490.86824
2737 79193.445248 4671419.66624
2738 78234.757239 4671748.92041
2739 77314.754275 4671917.59151
2740 77114.496108 4671919.45275
2741 76390.406801 4671605.73913
2742 75951.932377 4671850.13729
2743 75069.081117 4671698.04295
2744 74062.061564 4671106.62241
2745 72973.78241 4670395.71343
2746 72542.822911 4671481.13126
2747 72714.220497 4672721.15288
2748 72515.8567 4677369.07811
2749 72767.23491 4678568.34615
2750 72534.091055 4679371.4942
2751 72023.089891 4680457.68089
2752 71453.749104 4679541.78956
2753 70925.684025 4678745.71412
2754 70283.186048 4678591.59072
2755 69358.369191 4678239.71962
2756 68841.543239 4678685.22629
2757 68363.596857 4679010.09808
2758 67882.091497 4678934.508
2759 67035.94965 4678421.77757
2760 66784.252196 4677182.34911
2761 66102.424156 4677108.7074
2762 65098.501508 4676877.72699
2763 63931.141218 4676287.80679
2764 63004.444508 4675735.74998
2765 61598.008874 4675308.29965
2766 61068.042974 4674311.83631
2767 60420.361092 4673596.82721
2768 59900.928066 4673761.93608
2769 58663.049089 4674254.27764
2770 57341.471072 4674346.74773
2771 56570.243506 4673272.45077
2772 56163.714279 4672635.2673
2773 55246.398835 4673124.65322
2774 54085.016712 4673215.62918
2775 52716.758846 4672587.51741
2776 52079.132438 4672994.13824
2777 51165.134985 4673844.01916
2778 50322.784382 4673771.89309
2779 48560.992274 4673948.74128
2780 47154.278366 4673521.31089
2781 45550.500592 4673456.41004
2782 44147.784231 4673469.66235
2783 44136.4737 4672227.6509
2784 43727.302567 4671309.97115

2785 42883.570477 4671077.45895
2786 41396.219078 4670610.74649
2787 40032.84747 4670543.52362
2788 38110.433987 4670721.96232
2789 36026.242267 4670741.65429
2790 34617.118839 4670073.77199
2791 33608.908386 4669402.17147
2792 32836.058998 4668167.18653
2793 32253.825064 4665848.3166
2794 30916.214224 4664217.82351
2795 29062.181653 4663113.24053
2796 27454.350766 4662647.37235
2797 25882.020823 4661660.2499
2798 25512.211711 4660661.79067
2799 25501.017095 4659419.36821
2800 25011.661087 4658502.2354
2801 24163.023006 4657748.60661
2802 22509.714273 4656681.96489
2803 21221.759025 4656132.85763
2804 20417.490956 4655859.78874
2805 19047.979057 4655151.15142
2806 17470.058809 4653562.52656
2807 16375.717199 4652250.00196
2808 15043.013826 4651180.08672
2809 14530.053474 4652106.88498
2810 14463.782852 4653670.81834
2811 14791.385692 4654429.44846
2812 14799.575248 4655351.33612
2813 14487.099776 4656276.20229
2814 14415.158549 4657198.9016
2815 14187.220778 4658604.08192
2816 14441.086167 4660084.83814
2817 14464.654662 4662690.14191
2818 14722.611098 4664611.81811
2819 14814.827488 4665933.6783
2820 14821.727052 4666695.18491
2821 14584.849116 4667098.30347
2822 14351.91798 4667942.26305
2823 14360.28841 4668864.1819
2824 14447.127123 4669584.82224
2825 14616.611387 4670585.28963
2826 14627.253964 4671747.69617
2827 14234.76457 4672673.32776
2828 14085.39905 4673877.35777
2829 14419.01452 4675277.03969
2830 14348.096863 4676279.78272
2831 14000.157954 4677686.05524
2832 13852.73644 4679090.35333
2833 14294.892747 4679206.27614
2834 15377.357856 4679195.73944
2835 16222.906032 4679588.38733
2836 17108.61288 4679980.59814
2837 17873.638442 4680333.84937
2838 18271.912033 4680049.42507
2839 18704.775708 4679163.4396
2840 19264.894287 4679037.77719
2841 19464.621597 4678955.72601
2842 19953.468585 4679792.669
2843 20197.321029 4680150.91976
2844 20362.09615 4680630.29928
2845 20369.885256 4681471.93579
2846 19895.553762 4682197.9257
2847 19296.102389 4682404.16649
2848 18218.128286 4682895.58427
2849 18426.391775 4683735.24386
2850 19228.129748 4683727.46057
2851 19664.327088 4683202.21611
2852 20427.066941 4683314.98493
2853 20920.401597 4684632.76262
2854 21253.407581 4685951.99156
2855 21262.035819 4686873.70041
2856 21427.986548 4687473.30894
2857 22191.116563 4687626.12153
2858 22957.943888 4688179.62944
2859 23442.00137 4688495.49671
2860 24367.342373 4688847.0874

2861 24735.902605 4689685.09571
2862 24621.643733 4690327.37996
2863 25309.500115 4691001.92885
2864 25909.20204 4690835.70501
2865 26310.125966 4690831.82495
2866 26557.31074 4691550.75614
2867 26837.162709 4691467.81062
2868 26994.486714 4691145.74163
2869 27472.492193 4690820.36499
2870 28079.052184 4691375.52223
2871 28083.846564 4691896.43564
2872 27724.624332 4692060.22607
2873 28171.942404 4692737.0266
2874 28972.481903 4692608.97387
2875 30011.576366 4692278.22151
2876 30337.129837 4692795.91378
2877 30345.392805 4693677.44002
2878 31276.664287 4694669.98551
2879 32116.067497 4694421.38557
2880 33445.869794 4695169.63749
2881 33775.975544 4696168.14447
2882 34463.727325 4696842.49232
2883 35310.600635 4697395.08042
2884 36033.519547 4697548.28066
2885 36792.79708 4697300.38651
2886 37553.510449 4697212.81233
2887 38035.946814 4697368.27345
2888 38483.166945 4698045.09997
2889 38490.72261 4698846.32862
2890 38295.981527 4699449.15515
2891 38303.183259 4700210.35989
2892 38307.693741 4700691.14754
2893 38754.983243 4701367.84725
2894 38599.233323 4701850.17489
2895 38685.042532 4702450.21604
2896 38858.631119 4703850.7689
2897 38011.719401 4703298.34864
2898 37778.114797 4704021.8347
2899 37503.282954 4704625.45005
2900 37094.513019 4703788.18336
2901 37007.871646 4703107.86449
2902 36525.429544 4702952.41347
2903 36520.856164 4702471.72201
2904 36997.698892 4702026.28351
2905 36992.322958 4701465.31873
2906 36511.459524 4701470.07942
2907 36229.372157 4701312.61683
2908 36143.514621 4700712.46661
2909 35903.05015 4700714.81436
2910 35344.599997 4701000.83715
2911 35058.403408 4700402.62591
2912 35053.505071 4699881.88985
2913 35210.808297 4699559.80081
2914 35405.111614 4698916.71242
2915 35323.031542 4698717.20086
2916 35320.049166 4698396.73167
2917 34633.381679 4697842.53932
2918 33547.888615 4697492.60351
2919 32459.327739 4696822.22686
2920 31936.019022 4696586.94906
2921 31455.083957 4696591.67451
2922 30692.773429 4696518.99331
2923 30211.739551 4696523.8091
2924 29697.931488 4697290.21441
2925 29019.559951 4697617.48606
2926 28614.930307 4697220.68681
2927 28527.587078 4696460.27803
2928 28040.587436 4695823.8801
2929 27355.742263 4695470.01507
2930 26670.595326 4695076.05271
2931 26268.193654 4694919.68599
2932 25666.954326 4694925.67179
2933 24947.005036 4695093.09537
2934 24505.331373 4695017.27154
2935 24342.716714 4694778.44162
2936 24096.539226 4694179.80014

2937 23690.792638 4693662.76197
2938 23331.154292 4693786.54404
2939 23012.767689 4694030.18898
2940 22334.301115 4694357.43266
2941 21857.058213 4694762.97551
2942 21251.96365 4694368.14659
2943 21010.763518 4694290.43752
2944 20249.885977 4694378.1051
2945 20095.166483 4694980.79204
2946 19496.90977 4695307.31032
2947 18454.642425 4695317.62143
2948 18251.164495 4694999.11599
2949 18088.907785 4694800.33074
2950 17761.375303 4694082.19334
2951 17442.254736 4694245.58292
2952 17081.454268 4694249.23642
2953 17005.066232 4694650.74285
2954 17613.570756 4695406.19674
2955 17783.357533 4696406.41193
2956 17872.951227 4697407.46276
2957 18446.014863 4698644.21436
2958 18455.480945 4699645.97881
2959 18905.91549 4700643.39585
2960 19456.826877 4699555.78888
2961 19532.102292 4699034.07397
2962 20131.885426 4698867.78786
2963 20524.379033 4697982.25991
2964 20719.180016 4697379.17133
2965 21195.997497 4696933.58579
2966 21600.980384 4697370.40405
2967 21447.868998 4698133.32976
2968 21452.416508 4698614.15981
2969 21382.496363 4699696.96641
2970 21670.342575 4700455.51477
2971 21756.979637 4701135.8651
2972 21320.54602 4701621.10175
2973 20923.547979 4702025.87913
2974 20850.581869 4702788.0475
2975 20856.362389 4703389.12159
2976 20417.721399 4703633.96337
2977 20583.387492 4704193.26171
2978 21183.901003 4704107.08557
2979 21860.763568 4703619.41301
2980 22945.339213 4703849.04804
2981 23663.026984 4703441.14617
2982 23735.931946 4702678.94253
2983 24939.213678 4702747.12927
2984 26026.344291 4703257.17903
2985 27191.819445 4703566.10654
2986 27680.811125 4704402.68274
2987 27930.045705 4705321.88489
2988 28303.39205 4706640.46443
2989 28790.485132 4707276.66866
2990 29111.060286 4707273.43682
2991 29634.07235 4707468.59196
2992 30246.332008 4708624.47735
2993 30812.030457 4709099.59249
2994 31581.63935 4709933.2948
2995 31979.328092 4709608.75702
2996 32821.787274 4709680.46053
2997 33430.625943 4710475.66843
2998 34155.482365 4710828.98679
2999 34843.661477 4711543.21452
3000 36091.045409 4712051.62927
3001 36021.21649 4713134.01457
3002 35696.746263 4712736.6624
3003 35336.084678 4712740.29775
3004 34855.136637 4712745.06647
3005 34531.10487 4712387.78461
3006 33849.78496 4712394.63055
3007 33334.520955 4713000.78216
3008 33337.64742 4713321.26706
3009 33344.942108 4714082.45639
3010 32623.542069 4714089.78864
3011 31939.149396 4713776.12219
3012 31611.173941 4713018.17364

3013 31285.507867 4712500.55101
3014 30603.449341 4712427.30506
3015 29918.251291 4712033.50671
3016 28992.585184 4711642.17904
3017 28344.754906 4710967.5524
3018 27577.505279 4710374.26897
3019 27088.829113 4709577.78715
3020 26406.689854 4709504.4576
3021 26080.986721 4708986.89031
3022 25724.851605 4709471.23619
3023 25087.802803 4709918.49246
3024 23930.057432 4710410.9623
3025 23408.9519 4710416.21769
3026 22850.491202 4710702.4205
3027 22404.570183 4710185.96553
3028 22165.643009 4710348.6608
3029 22080.090645 4709788.5508
3030 21755.139983 4709350.99836
3031 21072.980652 4709277.72683
3032 20392.307194 4709364.80608
3033 20237.766474 4709967.44129
3034 19760.612958 4710372.98107
3035 19560.135943 4710375.0767
3036 19161.970791 4710659.58712
3037 19086.424445 4711141.29531
3038 18692.92205 4711906.70948
3039 18178.057349 4712553.08387
3040 17257.589425 4712722.74523
3041 17625.685633 4713480.38295
3042 17710.922421 4714000.55334
3043 18201.652685 4714997.3981
3044 17899.210352 4716883.88306
3045 17543.463355 4717408.50939
3046 16384.895512 4717821.17492
3047 15583.228882 4717829.30661
3048 14657.297145 4717438.07938
3049 14292.242399 4717000.96274
3050 13488.983296 4716848.90094
3051 13051.585082 4717214.07325
3052 12899.021119 4718017.25213
3053 12743.702045 4718539.75932
3054 13149.28215 4719016.60674
3055 12994.810937 4719619.31703
3056 12920.056165 4720181.05936
3057 13919.08052 4719850.22135
3058 14520.390602 4719844.02499
3059 15240.405913 4719676.33121
3060 16086.09798 4720068.37473
3061 16852.763231 4720581.42204
3062 17252.81081 4720497.1332
3063 17329.878625 4720175.76838
3064 17578.965612 4721054.81722
3065 17341.208164 4721337.78174
3066 17867.742203 4721893.38332
3067 18672.517564 4722205.6938
3068 19190.529423 4721879.70565
3069 19788.57562 4721553.02907
3070 20019.369872 4720548.91445
3071 19568.684926 4719551.71156
3072 19560.514506 4718710.21999
3073 18994.662477 4718235.22394
3074 18470.834522 4717960.05708
3075 18544.068684 4717237.93115
3076 18617.633467 4716555.97045
3077 19216.49644 4716309.40138
3078 19984.313604 4716942.72001
3079 20466.522644 4717058.02176
3080 21068.517532 4717132.0668
3081 21151.773735 4717451.80354
3082 21226.934997 4716930.07616
3083 21707.861476 4716925.11717
3084 22385.440342 4716517.49518
3085 22473.735434 4717358.1195
3086 22642.21069 4718197.92636
3087 22165.119054 4718603.4845
3088 22090.017371 4719125.19264

3089 21934.322985 4719607.57867
3090 21939.423523 4720128.46467
3091 22103.669751 4720527.45867
3092 22509.947516 4721084.26543
3093 23027.844077 4720758.38465
3094 23669.981997 4720831.96549
3095 24110.832361 4720827.53453
3096 24594.538181 4721103.0129
3097 25040.839846 4721659.42458
3098 26006.657326 4722050.24263
3099 25288.763466 4722418.14064
3100 24929.628457 4722582.10076
3101 24365.386259 4722267.37622
3102 23677.333248 4721593.201
3103 23358.28688 4721756.83468
3104 23283.974679 4722358.6097
3105 22964.883574 4722522.15965
3106 22968.792994 4722922.80278
3107 22973.064264 4723363.4904
3108 23219.811116 4724002.14812
3109 23224.080919 4724442.83497
3110 22619.400382 4724088.40141
3111 22220.495161 4724292.87284
3112 22383.95515 4724611.77631
3113 22635.055552 4725690.99351
3114 22481.032389 4726333.66878
3115 22013.378089 4727700.92541
3116 22019.705548 4728341.94898
3117 22499.850439 4728256.84017
3118 22814.992524 4727692.57791
3119 23338.399548 4727927.56562
3120 23343.16487 4728408.40308
3121 22743.91625 4728614.94436
3122 22264.53201 4728780.12778
3123 22351.735074 4729500.51397
3124 22678.281797 4730098.14476
3125 23282.629445 4730412.35324
3126 24042.571745 4730244.23666
3127 24764.773842 4730316.86248
3128 25371.952156 4730911.62582
3129 25936.967031 4731306.41026
3130 26307.491294 4732304.15831
3131 26945.614124 4731977.03974
3132 28030.907268 4732286.32082
3133 27719.34234 4733211.01001
3134 27568.109121 4734134.15168
3135 28063.684199 4735611.33772
3136 28429.507943 4736128.32772
3137 29078.268305 4736882.73414
3138 29844.49694 4737355.54254
3139 30702.74031 4739029.22812
3140 31107.467352 4739425.59282
3141 31552.231832 4739821.60196
3142 31961.285268 4740658.51775
3143 32285.064657 4740975.71543
3144 32130.758276 4741578.19409
3145 31659.860503 4742584.60977
3146 32397.91173 4744259.39209
3147 33319.601642 4744249.73782
3148 34725.304767 4744555.47359
3149 35767.194109 4744544.49908
3150 36497.643534 4745458.24853
3151 35854.128022 4745224.5861
3152 35650.992826 4744946.34744
3153 34850.306676 4745034.80669
3154 34087.423832 4744882.66505
3155 33565.66971 4744808.02433
3156 33083.204226 4744652.75467
3157 32161.481416 4744662.45025
3158 31917.032954 4744264.45304
3159 31668.238621 4743425.82906
3160 31667.403961 4743345.64627
3161 31299.961825 4742668.53225
3162 31651.509904 4741743.50205
3163 31522.040038 4740823.3452
3164 30951.87256 4739907.99973

3165 30263.476763 4739194.01263
3166 29936.921554 4738596.50779
3167 29689.744675 4737918.05314
3168 28847.359445 4737846.65245
3169 28329.139092 4738132.56031
3170 27927.599866 4738056.63705
3171 27681.143062 4737458.19499
3172 27275.6355 4736981.68124
3173 26434.01793 4736990.52156
3174 25432.050104 4737000.9842
3175 24914.201359 4737326.864
3176 23997.952785 4737897.42351
3177 23923.068817 4738419.02669
3178 24454.028099 4739415.11534
3179 24138.926143 4739979.38085
3180 23098.950466 4740190.53683
3181 22947.368243 4741073.6415
3182 22873.243151 4741675.36791
3183 22240.407079 4742523.48486
3184 22228.823027 4741361.64552
3185 22221.962312 4740680.5661
3186 22217.195916 4740199.81274
3187 22013.989185 4739921.54199
3188 21451.345862 4739767.18034
3189 21206.055195 4739288.91362
3190 21121.515709 4738849.0661
3191 20956.387688 4738370.0452
3192 20949.628642 4737688.94707
3193 21828.952412 4737439.40914
3194 22182.933575 4736754.47588
3195 22016.261588 4736115.14641
3196 21175.342999 4736204.14109
3197 20649.951212 4735768.83143
3198 20402.361005 4735050.18148
3199 20796.359312 4734364.97354
3200 20789.667336 4733683.87635
3201 19909.099804 4733813.2321
3202 19233.262503 4734381.33798
3203 18554.258927 4734628.81895
3204 18230.403428 4734311.68343
3205 18240.3079 4735313.3007
3206 18648.743346 4736070.2703
3207 19330.916815 4736143.25687
3208 19338.031884 4736864.42325
3209 18422.166427 4737475.14851
3210 17821.761602 4737561.55207
3211 17824.920379 4737882.04444
3212 17259.841172 4737487.36278
3213 16571.636011 4736813.427
3214 16161.649669 4735896.12875
3215 15554.84927 4735341.48068
3216 15228.18468 4734743.90141
3217 14300.738463 4734192.61073
3218 14214.56022 4733592.35857
3219 14610.645927 4733107.41364
3220 15289.751369 4732859.88138
3221 15361.515582 4732017.60039
3222 14637.6741 4731784.75431
3223 14114.589356 4731589.79652
3224 12552.077547 4731686.3335
3225 12101.600254 4730729.25148
3226 11614.666458 4730133.23572
3227 10933.213197 4730140.44975
3228 9769.119889 4729992.29101
3229 9519.444163 4729073.12974
3230 9672.311177 4728310.14805
3231 9741.776053 4727227.40195
3232 9252.521097 4726390.8293
3233 8483.681133 4725677.46367
3234 7800.22637 4725484.19763
3235 6793.334049 4725013.74226
3236 6231.280851 4724939.49282
3237 5631.514688 4725106.02233
3238 5148.904201 4724950.83075
3239 4872.940447 4725434.67561
3240 5038.502293 4725953.90386

3241 5084.120076 4726514.518
3242 5411.512499 4727192.47914
3243 6133.893331 4727265.0417
3244 6182.328262 4728106.15049
3245 5991.762568 4729110.11489
3246 5597.630966 4729795.54695
3247 5439.683214 4730037.72738
3248 4847.436487 4730965.71204
3249 4008.749769 4731295.16131
3250 3004.135646 4731065.35615
3251 2760.842101 4730787.35416
3252 2836.287828 4730305.57854
3253 1834.782659 4730396.28491
3254 958.793597 4731006.73621
3255 1527.229601 4731722.12973
3256 2369.933557 4731793.39617
3257 2458.414177 4732634.13517
3258 2146.135904 4733479.12516
3259 2630.353551 4733794.60533
3260 3634.239639 4733944.28914
3261 4047.862854 4735222.42505
3262 4057.131332 4736144.09765
3263 5064.894634 4736694.51402
3264 5760.369842 4738089.74589
3265 6013.017678 4739289.4373
3266 5863.45084 4740372.96444
3267 5951.731801 4741173.616
3268 6480.428542 4741929.36327
3269 6971.609803 4742925.98204
3270 6900.706219 4743848.43696
3271 7433.557685 4745004.88159
3272 8525.091411 4745914.8113
3273 8774.96979 4746833.89854
3274 8944.593909 4747753.68255
3275 9789.561427 4748065.20089
3276 10195.265163 4748541.68037
3277 10885.996804 4749455.91767
3278 11645.983891 4749287.42237
3279 12526.143013 4749117.76449
3280 13539.161191 4750188.69788
3281 13906.738159 4750865.97717
3282 14638.385354 4751859.76027
3283 15571.955543 4753011.73959
3284 16664.292163 4754001.59042
3285 17505.997875 4753992.59564
3286 17983.253643 4753626.89382
3287 19022.02563 4753295.16769
3288 19028.961068 4753976.19895
3289 18832.601627 4754378.97987
3290 18435.05199 4754703.76444
3291 18439.534215 4755144.40618
3292 18848.927214 4755981.34022
3293 19293.029148 4756297.09862
3294 19775.576705 4756452.12139
3295 19863.491302 4757212.43882
3296 19146.951269 4757700.95204
3297 18873.392405 4758384.89523
3298 18321.776537 4759312.41848
3299 17790.485518 4758316.51997
3300 18227.663265 4757951.25729
3301 18298.833901 4757069.03174
3302 18006.486551 4755910.32962
3303 17439.273805 4755315.4848
3304 16437.290929 4755326.29822
3305 16042.616504 4755931.48407
3306 15355.970548 4755417.98551
3307 14421.467452 4754186.08751
3308 13489.498913 4753194.35135
3309 12848.137206 4753201.34554
3310 12656.321385 4754044.81565
3311 11939.750429 4754533.42457
3312 11649.013083 4753534.81244
3313 11005.268645 4753301.31676
3314 10488.277451 4753707.55739
3315 9605.644732 4753637.0184
3316 9089.051105 4754083.32445

3317 9021.565367 4755326.31278
3318 8622.406009 4755490.83927
3319 8259.208028 4755254.41679
3320 7861.579236 4755579.22408
3321 7330.26571 4754583.30388
3322 4922.011372 4754288.87505
3323 4998.478363 4753927.37402
3324 5670.894822 4753038.49615
3325 5983.794036 4752273.67091
3326 5582.180625 4752197.89137
3327 5414.043692 4751438.36832
3328 4411.953254 4751449.15766
3329 3725.564609 4750975.67543
3330 3796.347439 4750053.21103
3331 3468.780541 4749375.54311
3332 2707.096502 4749383.71721
3333 2561.029026 4750787.93336
3334 1641.891372 4751078.43991
3335 480.223099 4751171.1414
3336 573.843127 4752492.64046
3337 -258.552505 4753423.44277
3338 -329.249848 4754345.93006
3339 -881.062326 4755273.75854
3340 -1557.571506 4755762.00883
3341 -2030.048986 4756608.79687
3342 -1866.359534 4756927.65107
3343 -1627.497418 4756764.68064
3344 -304.595992 4756750.19475
3345 621.901524 4757180.87937
3346 1390.095166 4757813.68181
3347 1646.29308 4759333.66507
3348 1659.941914 4760655.94425
3349 825.216104 4761346.38226
3350 143.703703 4761353.90031
3351 -934.475583 4761766.48076
3352 -1163.829722 4762850.94961
3353 -1393.066094 4763935.5442
3354 -1295.868932 4765577.49389
3355 -761.377319 4766853.84715
3356 -111.743808 4767648.14667
3357 416.421429 4768323.4715
3358 -340.977882 4768732.61064
3359 -1583.185024 4768786.5614
3360 -1943.119913 4768870.69175
3361 -2571.506676 4770119.95068
3362 -2997.750408 4771527.22742
3363 -2988.065701 4772448.77182
3364 -4064.045419 4773061.93051
3365 -4237.085274 4771861.66052
3366 -4003.255142 4771217.91701
3367 -3971.954395 4770375.9916
3368 -3818.733688 4769693.08193
3369 -4423.38867 4769379.19426
3370 -5506.558116 4769311.11905
3371 -6101.990451 4769878.78174
3372 -6410.11474 4771084.50519
3373 -6805.943525 4771569.90867
3374 -6954.944067 4772653.53566
3375 -7959.659851 4772424.38313
3376 -7888.275035 4771581.95127
3377 -7975.655055 4770901.66977
3378 -8899.333702 4770751.7131
3379 -10146.340625 4770364.90578
3380 -10359.757867 4769124.95543
3381 -10370.306745 4768123.12955
3382 -10865.633092 4766766.01106
3383 -11356.751958 4765809.52718
3384 -11637.359673 4765812.71355
3385 -12029.942047 4766618.68476
3386 -12263.301572 4767302.63045
3387 -12016.461544 4767901.06438
3388 -11685.312521 4768899.28366
3389 -11914.914353 4769943.90358
3390 -12677.429517 4769872.2932
3391 -13432.025085 4770562.21342

3961 -13432.025085 4770562.21342
3962 -13065.693293 4771079.13984
3963 -12894.787829 4772079.17047
3964 -12485.483324 4772876.09399
3965 -11964.268167 4772870.22105
3966 -11870.591054 4774151.64309
3967 -11544.830471 4774628.85835
3968 -11021.9447 4774783.3335
3969 -10293.123579 4775456.33991
3970 -9920.954603 4776534.1727
3971 -9657.519775 4778695.25784
3972 -9645.987157 4779777.23773
3973 -9881.414979 4780260.79327
3974 -10240.088494 4780465.24494
3975 -11202.186449 4780476.1843
3976 -11473.392232 4781360.8894
3977 -11539.058898 4782724.21577
3978 -11684.41293 4784128.50685
3979 -12521.997301 4784538.82019
3980 -12349.229279 4785699.02511
3981 -11913.405829 4785213.10002
3982 -11199.953168 4784443.60455
3983 -10199.480735 4784271.84566
3984 -9353.868048 4784622.80081
3985 -8981.974132 4785660.52897
3986 -8649.279838 4786778.72149
3987 -8638.997054 4787740.36991
3988 -8701.950799 4789343.9374
3989 -8218.329355 4789578.7973
3990 -7543.781966 4788929.86584
3991 -6978.302104 4789324.14554
3992 -6382.276327 4788836.47863
3993 -5894.400309 4789471.98433
3994 -5965.497747 4790314.30285
3995 -5962.920316 4790554.61905
3996 -5750.874971 4791634.13742
3997 -5272.516268 4791388.20987
3998 -4801.405283 4790461.23268
3999 -4126.45064 4789852.40666
4000 -3454.535 4788963.18619
4001 -2730.416989 4789195.35077
4002 -2717.180994 4790437.25524
4003 -2196.138339 4790431.36051
4004 -1353.531051 4790501.86255
4005 -1006.293578 4792981.93954
4006 -837.710564 4793741.32807
4007 -582.618028 4795100.62404
4008 -896.400971 4795745.25393
4009 -1384.241356 4795109.85819
4010 -1392.441936 4794348.6827
4011 -1997.090115 4794035.02883
4012 -2164.701057 4793355.88895
4013 -3174.885101 4792606.18095
4014 -3849.826575 4793214.948
4015 -4411.781625 4793141.26574
4016 -4404.04229 4793862.41976
4017 -4392.407195 4794944.09574
4018 -4986.250706 4795632.12712
4019 -4611.194582 4796949.96612
4020 -3735.525369 4796378.98033
4021 -2809.373044 4796768.93921
4022 -1880.177978 4797439.37247
4023 -1705.564269 4798759.48482
4024 -1491.726511 4799998.95082
4025 -778.536038 4799229.56177
4026 -179.112095 4799062.33142
4027 667.280367 4799493.29456
4028 555.751539 4800295.7743
4029 1475.75964 4800124.94199
4030 1677.050844 4800202.73111
4031 2079.946716 4800398.39907
4032 3080.513848 4800266.65389
4033 3395.123635 4799702.12964
4034 4153.069929 4799372.89817
4035 4717.621617 4799686.8936

4036 5314.368956 4799279.45196
4037 5307.877833 4798678.62666
4038 6230.466799 4798748.18363
4039 6876.036588 4799141.32396
4040 7391.814234 4798654.65867
4041 8716.808799 4798879.80622
4042 9812.183306 4800109.08282
4043 9984.956538 4801268.80229
4044 10192.668615 4801947.37055
4045 10832.12905 4801779.77079
4046 11358.261382 4802254.46306
4047 11764.54957 4802770.43247
4048 11858.103725 4804011.12655
4049 12615.105806 4803601.92258
4050 12762.883044 4802438.5638
4051 12918.409178 4801996.12655
4052 13922.742566 4802225.01135
4053 14456.586413 4803420.45677
4054 15370.908662 4802729.09165
4055 15856.855513 4803204.15574
4056 16778.500081 4803193.57754
4057 17455.331205 4802785.32939
4058 17941.746857 4803300.4566
4059 17947.790861 4803861.08031
4060 17793.981063 4804463.68662
4061 17355.807507 4804708.96548
4062 17122.73453 4805392.62172
4063 17210.678773 4806112.43851
4064 16660.562748 4807120.12812
4065 15895.821135 4806808.48573
4066 14978.555224 4807219.58304
4067 14306.549048 4808068.44643
4068 14436.762374 4808988.12798
4069 15406.66666 4809737.98613
4070 16612.145341 4810044.44139
4071 17176.519018 4810358.36736
4072 18492.645031 4809782.41091
4073 19246.511578 4809092.86776
4074 19253.034396 4809693.53468
4075 19621.455796 4810410.25181
4076 20340.000444 4810161.67948
4077 20865.223865 4810556.03422
4078 20957.508884 4811676.34903
4079 20686.638241 4812560.51663
4080 21055.44353 4813317.21409
4081 22053.580766 4812985.30669
4082 23371.757317 4812609.62811
4083 23849.895083 4812363.87408
4084 24459.900796 4813197.80177
4085 25454.138536 4812505.65751
4086 25977.077307 4812699.7748
4087 25790.271361 4813943.3572
4088 26568.365191 4815496.14698
4089 27246.780738 4815248.05637
4090 27477.102473 4814324.33714
4091 28029.711947 4813557.25529
4092 28869.233162 4813387.40063
4093 28859.30289 4812466.48424
4094 29691.065666 4811576.07515
4095 31281.373606 4810436.65574
4096 32282.835808 4810425.26966
4097 33917.492051 4809685.87439
4098 35236.387669 4809390.5306
4099 36315.422172 4809138.14354
4100 37755.722351 4808961.65923
4101 39563.015478 4809381.53627
4102 42501.170128 4810669.60239
4103 44509.014222 4811127.31039
4104 46113.637539 4811349.43439
4105 47035.312401 4811379.03134
4106 49189.945984 4810594.11472
4107 50431.523871 4810580.18211
4108 52003.34309 4811483.33853
4109 52771.993612 4812195.18981
4110 53694.771346 4812344.9714
4111 54263.561213 4813099.18503

4112 54557.182636 4814336.72651
4113 54730.240419 4815535.70781
4114 55649.966255 4815405.18503
4115 56202.978269 4814678.50475
4116 57132.13163 4815428.59669
4117 57896.477189 4815740.2253
4118 58383.875924 4816375.18808
4119 59237.222908 4817526.39706
4120 59679.01028 4817641.41946
4121 59917.944986 4817518.71187
4122 60915.638511 4817187.33349
4123 61469.429166 4816540.73288
4124 61988.72358 4816414.81945
4125 62312.898825 4816771.47375
4126 62315.475891 4817011.58962
4127 61840.042672 4817497.17976
4128 61927.428241 4818176.5459
4129 62731.729131 4818487.72034
4130 63330.629073 4818320.91595
4131 63321.710255 4817480.51745
4132 63316.541254 4817000.29523
4133 63551.743348 4816517.44199
4134 63864.009681 4815753.53307
4135 63542.732687 4815677.05695
4136 62785.379909 4816005.68198
4137 62620.860141 4815607.29785
4138 62615.349528 4815087.04717
4139 63052.430961 4814761.98462
4140 63687.597389 4814234.50518
4141 63763.489426 4813833.48899
4142 64034.830533 4812989.93862
4143 65116.854415 4813057.97524
4144 65916.903936 4812968.97268
4145 66442.975642 4813483.48424
4146 67013.265571 4814397.62623
4147 67548.74659 4815792.42507
4148 67800.469117 4816870.26087
4149 67723.761842 4817191.28585
4150 66882.0818 4817120.6361
4151 66485.496274 4817485.23154
4152 67092.0803 4818038.73581
4153 66897.343364 4818561.2256
4154 67262.891672 4819037.32249
4155 68067.137757 4819348.52586
4156 68749.471541 4819500.98407
4157 69430.149433 4819493.44524
4158 69910.65906 4819488.05128
4159 70832.832415 4819597.84434
4160 71346.096403 4818911.78644
4161 71136.132391 4817993.74413
4162 71410.419962 4817430.33639
4163 72050.676369 4817383.27781
4164 72732.603624 4817495.68937
4165 73371.919939 4817368.62656
4166 74120.36655 4816199.7683
4167 74391.36788 4815316.32316
4168 74785.420395 4814711.75556
4169 74772.305876 4813471.32573
4170 76002.123421 4812377.28756
4171 76599.773035 4812090.62528
4172 76673.967702 4811529.49223
4173 77749.958507 4811037.43588
4174 78396.414235 4811590.6216
4175 78323.559069 4812271.73542
4176 78090.830607 4812994.63213
4177 77494.953068 4813441.30617
4178 77419.872911 4813922.30132
4179 77867.454788 4814597.71908
4180 77713.242996 4815159.60953
4181 77556.075096 4815441.44846
4182 77564.503514 4816241.7309
4183 77372.369132 4817004.18638
4184 77379.577834 4817684.33378
4185 77987.31334 4818357.93838
4186 77994.960417 4819078.08816
4187 79001.324169 4819587.16561

4188 80005.596779 4819896.11247
4189 81805.487163 4819716.25332
4190 81330.132444 4820201.65862
4191 80500.0498 4821211.13095
4192 80021.333064 4821376.48449
4193 79582.204971 4821501.37414
4194 78176.258781 4821076.839
4195 77697.552803 4821242.1385
4196 77264.36719 4821927.19951
4197 76263.513105 4821938.42198
4198 76019.833938 4821620.99027
4199 76096.985431 4821339.99789
4200 76171.95098 4820858.96203
4201 75410.376291 4820787.4163
4202 74457.179081 4821518.34403
4203 73861.27963 4821965.14477
4204 73427.657818 4822610.16332
4205 72633.368947 4823219.35688
4206 71473.131565 4823312.3775
4207 71317.191351 4823714.24772
4208 70875.906337 4823639.11607
4209 70038.968422 4824008.67921
4210 70205.106341 4824567.11708
4211 70885.810564 4824559.43055
4212 70809.564523 4824920.43167
4213 70332.525823 4825245.92587
4214 71415.274463 4825393.83466
4215 72297.825255 4825544.05341
4216 73380.502265 4825691.93313
4217 73900.952678 4825686.12247
4218 74665.554052 4826037.7289
4219 75387.043133 4826109.64061
4220 76064.206 4825782.04369
4221 76821.860791 4825493.39366
4222 77821.065993 4825322.25549
4223 79223.955286 4825466.6684
4224 80149.429707 4825896.54808
4225 80835.085993 4826369.04265
4226 81559.505017 4826721.08748
4227 82005.014407 4827196.15491
4228 82416.025079 4828191.91656
4229 82419.451925 4828511.96401
4230 82668.551284 4829349.30949
4231 82026.360467 4829196.46945
4232 81262.280368 4828884.91073
4233 79774.671905 4828301.41645
4234 79724.817403 4827381.62227
4235 78920.71407 4827070.56207
4236 78728.727737 4827832.90199
4237 78250.043289 4827998.33729
4238 77761.500519 4827243.4869
4239 77239.356117 4827089.31264
4240 76318.548396 4827099.60508
4241 75843.236527 4827585.07568
4242 75850.553386 4828265.25373
4243 75780.302149 4829186.32381
4244 75174.187574 4828672.9348
4245 74683.931847 4827758.10785
4246 74312.92029 4826761.91084
4247 73668.929354 4826448.9814
4248 72906.461224 4826297.54933
4249 71904.682277 4826228.69759
4250 71305.00426 4826315.45427
4251 70589.483461 4826803.72877
4252 69506.748598 4826655.86647
4253 68982.8311 4826341.56842
4254 68138.57574 4826030.93249
4255 67664.086147 4826596.51995
4256 67910.745742 4827194.0237
4257 68437.34261 4827748.32657
4258 69525.617286 4828416.31002
4259 69773.219186 4829093.87807
4260 70019.419364 4829651.30058
4261 69951.003461 4830732.48437
4262 69480.502403 4831658.10901
4263 69486.135011 4832178.3086

4264 70056.97334 4833132.15886
4265 71375.536592 4832877.18442
4266 71979.104636 4833150.4776
4267 72148.707712 4834028.81155
4268 71999.394926 4835030.9052
4269 70847.465072 4835884.25113
4270 70014.140305 4836573.92611
4271 70346.131922 4837650.51126
4272 71030.214619 4837962.78548
4273 72181.184547 4837029.39912
4274 72696.423767 4836543.44095
4275 74496.208964 4836363.03676
4276 75500.507914 4836671.69632
4277 76709.651523 4837418.21802
4278 77274.415129 4837811.90507
4279 78040.639972 4838323.40944
4280 78686.344931 4838796.1797
4281 78612.309893 4839357.1181
4282 79057.409101 4839792.25005
4283 79784.059995 4840344.09182
4284 80149.890467 4840860.09351
4285 80709.493729 4840773.68361
4286 80988.817964 4840690.49158
4287 80997.861633 4841530.55064
4288 81087.480083 4842409.72225
4289 81415.919575 4843166.09114
4290 82172.123726 4842757.45108
4291 82485.859002 4842153.83639
4292 83327.354484 4842224.32762
4293 84329.71075 4842373.00966
4294 84900.091067 4843286.62709
4295 85350.315212 4844201.71089
4296 86274.827114 4844551.16755
4297 86682.806706 4845266.65129
4298 87160.520974 4845021.22338
4299 87681.724644 4845095.39876
4300 87767.007371 4845574.40023
4301 88327.32176 4845568.15176
4302 88533.943749 4846165.78612
4303 89099.889532 4846679.40794
4304 89105.950149 4847239.33605
4305 89553.567268 4847914.25246
4306 90711.251017 4847621.24992
4307 90804.215931 4848820.0771
4308 91372.317971 4849533.73862
4309 91539.835658 4850211.75538
4310 91543.255375 4850531.65829
4311 91594.998338 4851611.02882
4312 92243.578438 4852363.61421
4313 93410.754157 4852950.32847
4314 94730.113486 4852815.40784
4315 95804.544901 4852243.40495
4316 96560.602211 4851834.90841
4317 97403.625751 4852065.31271
4318 98489.315696 4852533.0301
4319 99336.172274 4853123.40486
4320 100104.274294 4853834.64957
4321 100994.607279 4854744.42819
4322 102194.229322 4854650.89695
4323 102837.549171 4854923.61638
4324 103286.367196 4855718.42721
4325 103616.426658 4856634.48125
4326 103865.60205 4857471.41886
4327 104191.809359 4858027.65197
4328 104313.969385 4858226.16352
4329 104714.121396 4858221.64959
4330 105191.30183 4857936.35729
4331 105629.69179 4857771.4523
4332 106269.941703 4857764.28292
4333 107200.197084 4858673.58643
4334 107802.061961 4858826.76953
4335 108423.733045 4857100.30531
4336 108413.799687 4856180.74404
4337 108082.039391 4855104.79233
4338 107841.118765 4855027.46893
4339 107600.191689 4854950.15389

4340 109135.334724 4852573.72814
4341 109129.32522 4852013.86998
4342 109045.858076 4851694.9685
4343 109118.637202 4851014.34541
4344 110038.959524 4851004.01246
4345 110562.56435 4851318.13904
4346 111212.633618 4852230.6958
4347 112132.9859 4852220.40463
4348 112377.338911 4852617.56655
4349 112065.341767 4853380.81853
4350 112745.561341 4853373.21622
4351 113302.298813 4853047.18243
4352 113546.630446 4853444.26543
4353 113715.741172 4854282.17072
4354 114395.9249 4854274.61516
4355 115236.967954 4854345.20741
4356 115799.738885 4854578.84755
4357 116802.948393 4854847.56476
4358 117569.982372 4855478.81606
4359 118329.35623 4855390.42023
4360 119253.467398 4855740.01862
4361 119982.126765 4856531.61654
4362 119986.819308 4856971.43309
4363 120270.357124 4857288.1164
4364 120914.712986 4857680.73877
4365 121436.98703 4857874.86933
4366 122162.246788 4858346.68149
4367 122448.757 4858943.20156
4368 122694.793549 4859500.12583
4369 122698.180398 4859819.98211
4370 123376.584099 4859652.56887
4371 123851.538916 4859167.56018
4372 124446.93167 4858721.14251
4373 124359.181717 4858002.44872
4374 123838.255329 4857928.26373
4375 123185.343108 4856736.09337
4376 123061.908967 4856417.58238
4377 122338.360473 4856105.80765
4378 122330.218757 4855346.15727
4379 122324.310719 4854786.52197
4380 121960.37963 4854430.74595
4381 121234.218007 4853878.94668
4382 121868.836027 4853352.21569
4383 122709.911916 4853422.85407
4384 123155.479343 4853937.74846
4385 123647.138486 4855011.79893
4386 124805.651576 4854839.19211
4387 125200.996683 4854395.03981
4388 125575.565895 4855750.23974
4389 126576.598485 4855819.1208
4390 127207.721686 4854972.65036
4391 126799.583101 4854217.53326
4392 126952.830077 4853576.14694
4393 126940.949172 4852456.85668
4394 127453.376041 4851731.54064
4395 128693.638708 4851718.01432
4396 128928.137238 4851195.74602
4397 128434.104321 4849881.73487
4398 128995.109157 4849955.55978
4399 128744.495265 4848958.79662
4400 128296.378499 4848204.02038
4401 128289.598248 4847564.38317
4402 128479.959432 4846642.78729
4403 129278.433424 4846474.14505
4404 129726.513934 4847228.98597
4405 130217.557951 4848263.13317
4406 130902.293282 4848695.50063
4407 130671.179695 4849537.47684
4408 130685.911395 4850936.64402
4409 131524.330368 4850767.56004
4410 132687.094271 4850994.83316
4411 133411.415154 4851386.78842
4412 133336.037154 4851827.34713
4413 133342.295247 4852426.85956
4414 133588.318238 4852983.87405
4415 134787.543092 4852890.926

4416 135352.669042 4853364.53956
4417 136105.178802 4852636.75394
4418 136334.657967 4851634.7959
4419 136658.911747 4852031.09714
4420 137021.482519 4852267.0113
4421 138022.385027 4852336.0918
4422 138899.065143 4852006.87572
4423 140338.311426 4851911.29857
4424 139727.819082 4850918.49471
4425 139080.990984 4850285.85729
4426 139713.11972 4849519.52172
4427 140550.687589 4849270.66836
4428 140947.759584 4848986.59187
4429 141624.429653 4848659.43763
4430 142151.631031 4849333.37255
4431 142709.550778 4849127.55391
4432 142542.834625 4848489.72249
4433 143699.552546 4848157.46473
4434 144697.564678 4847946.93462
4435 144929.250095 4847144.94057
4436 145607.976422 4847017.73309
4437 147600.622958 4846276.94351
4438 148833.537531 4845584.29785
4439 148821.553789 4844425.19987
4440 148817.352262 4844025.55361
4441 149643.338532 4842657.61185
4442 150357.584064 4842090.46653
4443 150468.111265 4841169.80895
4444 150863.130636 4840686.04813
4445 151183.974789 4840762.52163
4446 151456.144847 4840000.19961
4447 152252.915689 4839672.02847
4448 152443.449292 4838750.62349
4449 152997.276895 4838145.17075
4450 153587.060343 4837139.64329
4451 153222.913477 4836743.63682
4452 154300.081306 4836452.58293
4453 155131.898723 4835644.33766
4454 156447.511572 4835190.92089
4455 156960.944593 4834545.95672
4456 158434.057058 4833851.03716
4457 159267.918928 4833242.73973
4458 160187.998421 4833233.20521
4459 161940.686425 4832495.55053
4460 162827.189012 4833125.92554
4461 163096.228456 4832043.9402
4462 163896.982716 4832115.53521
4463 166656.953341 4832087.03912
4464 167576.882501 4832077.53499
4465 167899.702078 4832354.03824
4466 168183.764059 4832750.83453
4467 169058.073694 4832182.27111
4468 169496.807648 4832057.84973
4469 170135.15519 4831891.3418
4470 170496.715574 4832047.58443
4471 171211.806034 4831560.53265
4472 171576.707659 4832036.43751
4473 172053.441449 4831711.80808
4474 172138.645157 4832230.48907
4475 173214.139839 4831779.81581
4476 173650.823737 4831455.70326

3673 174733.169595 4831684.43836
3674 175213.949812 4831759.43194
3675 175653.872934 4831754.93982
3676 176571.335632 4831505.75394
3677 177052.089096 4831580.76765
3678 177648.050739 4831175.00548
3679 178891.923927 4831562.06561
3680 179814.164574 4831792.47775
3681 180375.656998 4831946.58069
3682 180900.847077 4832460.81053
3683 181146.806339 4833057.71257

3684 181629.932109 4833372.60366
3685 182145.500914 4832927.76517
3686 182623.741952 4832763.04614
3687 182908.943513 4833279.65567
3688 183228.125279 4833196.42641
3689 183787.995735 4833190.79278
3690 184145.863167 4832987.3386
3691 184461.829035 4832584.50295
3692 184863.348122 4832740.26466
3693 185464.0323 4832814.1162
3694 186062.364271 4832648.24347
3695 186537.464537 4832163.92876
3696 187054.965721 4831918.89331
3697 187702.771066 4832711.6155
3698 188098.695923 4832308.0295
3699 188862.597179 4832699.84164
3700 189015.336418 4831979.02126
3701 190096.667446 4832127.95055
3702 190777.355565 4832201.02441
3703 191294.804077 4831956.10893
3704 191607.206465 4831193.74142
3705 192083.498335 4830829.35589
3706 192684.550923 4830943.13305
3707 193163.593048 4830858.41327
3708 194002.992826 4830810.02814
3709 194683.272956 4830843.23213
3710 194690.3757 4831562.36555
3711 195254.628044 4831996.35999
3712 195616.130364 4832152.55765
3713 196015.97889 4832148.54177
3714 196170.06095 4831547.65711
3715 196689.102335 4831462.48765
3716 197492.470244 4831814.05245
3717 198090.294299 4831608.35046
3718 198087.144356 4831288.73654
3719 198688.565515 4831442.52886
3720 199242.817419 4830877.63131
3721 200241.736098 4830787.81443
3722 200684.772279 4831103.00916
3723 201724.487903 4831092.72025
3724 202321.893492 4830847.03236
3725 203161.680498 4830838.72766
3726 203723.870192 4831072.82359
3727 204487.560298 4831464.78337
3728 205169.65216 4831697.82255
3729 205805.521474 4831291.95431
3730 205969.417853 4831689.83844
3731 206650.375064 4831802.99543
3732 207092.579275 4832038.37932
3733 207573.137192 4832113.53804
3734 208087.092349 4831509.12517
3735 208039.203128 4830710.54123
3736 209044.392295 4831259.95907
3737 209158.381319 4830659.55382
3738 209792.727537 4830093.91863
3739 210712.32 4830084.89076
3740 211394.485071 4830317.8815
3741 212234.115797 4830309.60818
3742 212949.971965 4829903.14787
3743 213868.798575 4829814.24748
3744 214263.515957 4829291.01751
3745 214623.441898 4829287.48647
3746 215463.872848 4829359.15135
3747 216102.045342 4829193.12952
3748 216461.883199 4829189.58965
3749 217025.175768 4829543.66311
3750 218104.39022 4829493.20101
3751 218504.152696 4829489.31455
3752 219259.940266 4829082.44703
3753 219583.731826 4829478.79702
3754 219430.415996 4830159.36018
3755 219596.178766 4830757.03466
3756 219803.14817 4831474.15503
3757 220442.06963 4831387.94583
3758 220955.618843 4830743.80773
3759 221670.252142 4830217.53737

3760 221951.639151 4830374.53239
3761 222785.06913 4829727.31073
3762 223024.123541 4829645.11319
3763 223943.720533 4829636.11741
3764 224269.065821 4830192.25697
3765 225024.795157 4829785.50504
3766 225347.740471 4830101.91939
3767 226108.147192 4830174.50046
3768 226504.886412 4829851.01962
3769 227263.726461 4829763.8145
3770 227906.498073 4830077.24077
3771 227981.086563 4829517.28638
3772 228339.699019 4829393.94418
3773 229178.479156 4829305.94828
3774 229738.993428 4829380.45549
3775 230103.076565 4829816.34995
3776 231265.617607 4830124.75483
3777 232667.211875 4830350.94791
3778 233828.535951 4830539.57167
3779 234313.666584 4831094.11888
3780 235154.73637 4831245.82482
3781 235760.169207 4831839.2052
3782 236840.413256 4831908.70957
3783 237765.211322 4832459.12486
3784 238173.119146 4833294.03369
3785 238416.469615 4833651.16616
3786 239329.388536 4832963.38329
3787 239758.677706 4831880.8226
3788 240561.348153 4832192.74319
3789 240923.765396 4832468.81849
3790 241312.027836 4831266.9451
3791 241829.429386 4831022.3008
3792 242157.266992 4831857.94214
3793 242472.45502 4831375.75116
3794 242382.526462 4830338.07149
3795 242982.21461 4830332.40342
3796 243744.461715 4830604.76668
3797 244623.846852 4830596.34168
3798 245301.195002 4830350.3359
3799 246300.16015 4830300.8852
3800 246773.765327 4829657.43935
3801 247611.735892 4829489.70248
3802 248768.716803 4829239.15226
3803 249933.313604 4829787.322
3804 250451.463017 4829622.75959
3805 251134.04311 4829935.83301
3806 251859.310202 4830528.10982
3807 252093.431626 4829926.7568
3808 253620.457202 4830751.1951
3809 254786.196129 4831419.2261
3810 255393.33032 4832212.24698
3811 255794.226246 4832328.29868
3812 256114.801522 4832405.14669
3813 256559.02413 4832880.2223
3814 256798.868723 4832877.95915
3815 257428.154687 4831793.82905
3816 258465.859796 4831624.32987
3817 258462.832694 4831304.92733
3818 259505.132878 4831614.63692
3819 260424.492663 4831606.05522
3820 261186.271732 4831838.6427
3821 261183.951277 4831598.95984
3822 261862.765108 4831512.85614
3823 262428.342559 4832146.45335
3824 263274.234571 4832817.55123
3825 263043.073204 4833738.17573
3826 263524.25674 4833893.42207
3827 264202.997549 4833807.20828
3828 264679.584 4833483.40481
3829 265289.358638 4834555.91677
3830 267065.466959 4836376.30505
3831 267703.073363 4836170.76334
3832 268304.066459 4836324.84192
3833 268390.453991 4837002.95559
3834 269029.91043 4836996.96721
3835 269393.838688 4837432.87838

3836 269792.313604 4837309.3961
3837 270155.445709 4837665.41942
3838 269965.08588 4838665.41924
3839 270254.31231 4839660.93556
3840 271174.275924 4839732.34183
3841 271724.342054 4838728.98778
3842 271956.23474 4837888.31932
3843 272715.582118 4837881.25731
3844 273039.116742 4838277.57729
3845 273634.877199 4837872.75646
3846 273785.288846 4836873.142
3847 276099.637404 4836452.57757
3848 276011.027352 4835534.98816
3849 275682.610001 4834619.65036
3850 276359.845312 4834373.82799
3851 276991.423619 4833529.50553
3852 277063.487758 4832690.29105
3853 277659.969885 4832365.35984
3854 277892.625921 4831604.56033
3855 278570.613861 4831438.68576
3856 279046.462335 4831035.04429
3857 279284.406234 4830833.18155
3858 279716.602348 4830030.65025
3859 280715.737414 4830021.57183
3860 281633.885625 4829893.42238
3861 280942.099406 4828582.00178
3862 282794.759425 4830082.51828
3863 283103.723868 4828921.77775
3864 282848.979893 4827326.88721
3865 283161.650105 4826565.40852
3866 283917.392984 4826159.2351
3867 284996.504803 4826149.48047
3868 285003.51177 4826908.16675
3869 285842.850529 4826900.55725
3870 285835.780337 4826141.98967
3871 286554.41144 4826055.61241
3872 287642.858646 4827044.01809
3873 288242.286304 4827038.635
3874 288644.223727 4827274.66032
3875 288808.855544 4827792.22244
3876 289408.368495 4827786.82503
3877 289641.150273 4827026.09084
3878 290236.534807 4826581.54265
3879 291157.285476 4826733.0327
3880 294794.451006 4826740.42712
3881 296628.066238 4826205.02438
3882 296712.405421 4826683.37622
3883 297033.219266 4826800.28244
3884 297791.499941 4826673.77985
3885 299187.259532 4826341.94462
3886 299545.510084 4826179.04992
3887 301266.141018 4826403.33241
3888 302945.326597 4826468.41611
3889 303706.129178 4826621.30362
3890 304583.893048 4826453.95408
3891 306106.473038 4826879.64518
3892 306940.167984 4826273.47726
3893 307332.861638 4825511.44467
3894 308009.379923 4825186.16044
3895 309325.189457 4824855.20928
3896 309840.689449 4824411.53667
3897 310718.421302 4824244.12646
3898 311320.448644 4824518.39908
3899 312638.412876 4824427.02604
3900 313638.167891 4824498.12411
3901 314235.829306 4824293.27502
3902 315474.634358 4824282.56729
3903 316625.5963 4823394.31891
3904 316782.152269 4823033.60088
3905 317617.690056 4822627.18859
3906 317528.033216 4821549.95994
3907 317604.008963 4821110.20887
3908 318281.912238 4820944.69084
3909 319276.569196 4820456.96182
3910 321139.701333 4818764.24161
3911 321412.535559 4818003.34636

3912 321964.871676 4817200.0567
3913 323487.020291 4817586.28434
3914 323969.434466 4817901.5035
3915 324486.730914 4817657.59937
3916 324964.877973 4817493.77403
3917 325722.715836 4817327.62399
3918 327044.311634 4817635.70991
3919 328285.266977 4817864.6449
3920 328726.303066 4818020.65902
3921 329129.109233 4818376.49019
3922 329888.36085 4818370.02622
3923 330677.914083 4817285.45746
3924 331514.926642 4817038.85011
3925 331836.033139 4817195.7366
3926 332953.521266 4817026.65549
3927 333429.847815 4816663.34474
3928 334024.951676 4816179.23259
3929 334027.808663 4816498.54718
3930 334745.697114 4816332.85895
3931 335499.566313 4815727.63715
3932 337095.864827 4815474.67916
3933 338654.301603 4815461.59782
3934 340573.119302 4815525.34277
3935 340478.613058 4813889.40074
3936 341331.616846 4815439.19413
3937 344046.691251 4815176.95908
3938 344967.238716 4815328.93549
3939 345044.982046 4815088.79384
3940 345719.004039 4814484.38429
3941 347430.196554 4813671.79828
3942 348509.096442 4813662.89323
3943 349701.196797 4812894.60271
3944 350660.173405 4812886.6127
3945 351259.562018 4812881.68758
3946 352333.120562 4812274.06047
3947 353014.894043 4812547.93839
3948 353932.933052 4812420.52997
3949 354492.364343 4812415.98251
3950 355803.925367 4811606.9025
3951 357882.471029 4811669.64373
3952 359315.767562 4811059.25695
3953 373465.28533 4806873.51805
3954 374903.747108 4806862.0378
3955 374909.599151 4807540.50797
3956 375548.864192 4807535.35485
3957 375790.709167 4807772.978
3958 376709.725637 4807765.5679
3959 378784.700529 4807429.7996
3960 379051.328358 4805910.91621

3614 413054.864509 4810635.25103
3615 413659.115316 4811229.18554
3616 414464.834679 4812021.21523
3617 414614.299497 4810782.93324
3618 417307.135005 4812677.95619
3619 419466.454317 4812901.0493
3620 420461.245936 4812414.72388
3621 422218.398213 4812321.67949
3622 423862.356693 4813027.53855
3623 425027.890269 4813856.72533
3624 424951.009492 4814216.45576
3625 425477.982251 4815130.28008
3626 426473.116105 4814683.93652
3627 427277.684247 4815356.1774
3628 427878.96913 4815591.17744
3629 428635.960527 4815346.08349
3630 430960.009172 4816166.64663
3631 431795.305259 4815721.51321
3632 432714.181771 4815714.70817
3633 433599.92378 4816546.04063
3634 433873.964494 4815865.70824
3635 434283.077057 4817019.70865
3636 435040.726236 4816854.52169
3637 436447.88826 4817921.44795
3638 437882.012637 4817432.01181
3639 438278.534879 4817069.94545

3640 440020.834569 4815181.81482
3641 440093.837765 4814343.27517
3642 439491.666268 4813988.69093
3643 443049.468836 4814241.88168
3644 443655.510825 4815075.33117
3645 444660.81476 4815865.99947
3646 445899.890379 4815936.67003
3647 446335.345304 4815454.71418
3648 447583.267331 4816602.73415
3649 448825.5228 4817072.52774
3650 449508.26254 4817506.40825
3651 450151.9531 4818060.37404
3652 453397.413582 4819233.70708
3653 454400.05759 4819705.29541
3654 455156.451858 4819380.67639
3655 456474.696341 4819371.124
3656 457790.952185 4819122.27939
3657 458464.534681 4818439.15675
3658 458291.78766 4816844.47618
3659 459449.656205 4816756.43368
3660 459775.367649 4817512.14598
3661 460770.822214 4817105.99891
3662 460279.834771 4815673.17976
3663 461114.16779 4815108.66747
3664 463187.330857 4814575.24541
3665 464500.466222 4813927.48338
3666 465820.651972 4814157.54589
3667 467057.128936 4813909.38266
3668 467889.288495 4813065.63717
3669 467637.414271 4811551.20627
3670 466636.12811 4811239.12351
3671 466227.25887 4810084.91438
3672 468616.837228 4809150.35386

3454 493285.204841 4801358.83182
3455 493736.895625 4802911.84473
3456 494892.922154 4802584.81257
3457 496043.026481 4801499.69471
3458 496956.570633 4800815.23152
3459 498630.142935 4800245.30501
3460 498948.513958 4800083.6627
3461 499809.39292 4802870.74187
3462 499377.723166 4803871.15818
3463 500063.410472 4804704.38244
3464 500737.911106 4804101.38865
3465 501623.978958 4805013.09105
3466 502625.487427 4805365.454
3467 503630.542135 4806156.75092
3468 504075.207975 4806832.00525
3469 504637.005408 4807147.43501
3470 505003.780404 4808062.58104
3471 506096.0748 4809810.73682
3472 506898.103113 4810204.42946
3473 506978.050854 4810203.84539
3474 506983.900855 4810961.81655
3475 507739.812757 4810557.83858
3476 508978.914863 4810629.45219
3477 508980.077786 4810789.04303
3478 510415.78977 4810460.26879
3479 511133.956516 4810335.81078
3480 511416.991541 4810772.85064
3481 512335.753901 4810766.69532
3482 512493.734459 4810526.32479
3483 513294.570266 4810760.41092
3484 513369.792262 4810161.51569
3485 514367.870466 4810075.05593
3486 515368.797879 4810347.79943
3487 516447.35796 4810340.68238
3488 516728.926508 4810578.26131
3489 517206.070927 4810295.82071
3490 518043.769001 4810130.75757
3491 519652.173772 4811476.61315
3492 519897.46167 4812193.21449
3493 520212.123588 4811552.78931
3494 521696.34092 4812341.03279

3495 522460.564491 4813014.22055
3496 522895.077383 4812373.09742
3497 522811.78488 4811934.79958
3498 523123.761529 4810935.33638
3499 523954.353794 4809852.86242
3500 525031.151796 4809606.4479
3501 525744.439809 4808843.82917
3502 527095.668581 4807917.45182
3503 528008.369608 4807113.67247
3504 528332.291298 4807670.09514
3505 529334.67458 4808142.38019
3506 530249.214515 4807578.01919
3507 531254.952358 4808489.17814
3508 532050.610728 4808045.23162
3509 532043.043044 4807047.77353
3510 532636.218112 4806246.10395
3511 533030.545437 4805565.3421
3512 534191.46974 4805877.08913
3513 534792.254551 4806072.73535
3514 535347.061251 4805470.78795
3515 535624.242602 4805149.83929
3516 536265.249032 4805385.14347
3517 536262.208565 4804986.20154
3518 536623.031889 4805143.40984
3519 537346.38072 4805697.45026
3520 537945.62507 4805693.57259
3521 538098.426911 4804774.96878
3522 538850.515329 4803852.57019
3523 539489.19214 4803768.75811
3524 539769.396176 4803846.81098
3525 540251.566083 4804202.83756
3526 540609.313665 4803961.20181
3527 541929.518419 4804192.16524
3528 542245.806925 4803751.33786
3529 542684.072475 4803589.05671
3530 542916.170295 4802590.09449
3531 543995.457265 4802663.11528
3532 543990.085303 4801944.96279
3533 544825.698507 4801500.87884
3534 544822.75232 4801101.92977
3535 545890.589435 4799658.86289
3536 546767.124399 4799334.2383
3537 547603.127748 4798930.03243
3538 547965.650458 4799326.74788
3539 549674.919056 4798159.05618
3540 550349.95417 4797596.2991
3541 550434.628505 4798234.08834
3542 550753.061483 4798072.54216
3543 552425.941663 4797383.82724
3544 552981.11185 4796821.84502
3545 552737.502882 4796304.61685
3546 553659.156451 4796658.0373
3547 554135.271762 4796216.24615
3548 554812.675095 4795972.58268
3549 554809.087855 4795493.87588
3550 555730.991783 4795887.11799
3551 556487.744823 4795563.30934
3552 557043.23242 4795041.19433
3553 558043.28869 4795194.62604
3554 558563.862154 4795351.04084
3555 559278.868332 4794788.0607
3556 560797.139718 4794778.74696
3557 561721.788388 4795531.23691
3558 562560.221043 4795446.30107
3559 562564.38827 4796004.88273
3560 563361.057212 4795680.76097
3561 564283.577671 4796153.92773
3562 564688.206981 4796829.72568
3563 565806.911244 4796822.95788
3564 566961.731418 4796297.27589
3565 566962.320357 4796377.13819
3566 567446.793301 4797052.45328
3567 567679.701669 4796133.37132
3568 567754.864824 4795494.49258
3569 568191.123893 4795052.93936
3570 568870.969942 4795128.67784

3571 569264.595197 4794328.34707
3572 570264.614299 4794481.80809
3573 571101.594677 4794197.5441
3574 571745.345437 4794792.09794
3575 572505.700667 4794947.135
3576 573260.729288 4794384.03485
3577 574426.192674 4795294.72435
3578 575269.939713 4795928.14336
3579 577074.119084 4796755.24546
3580 577752.175027 4796591.61653
3581 578074.125293 4796908.87225
3582 579755.25687 4797297.88851
3583 580437.656497 4797732.69825
3584 581679.21815 4798124.32196
3585 582317.369613 4797961.00216
3586 582680.154177 4798397.71777
3587 584002.766064 4798948.48905
3588 584843.010128 4799103.14595
3589 585926.749774 4799775.04694
3590 586847.468 4800008.95386
3591 587405.65294 4799846.08812
3592 587841.993781 4799404.66368
3593 588161.963669 4799442.70357
3594 589159.953994 4799317.16011
3595 589915.549554 4798833.98336
3596 589921.68317 4799671.79853
3597 591644.979632 4800379.93496
3598 593570.712854 4801445.99135
3599 593656.095421 4802203.61489
3600 594060.633301 4802879.47876
3601 596588.48818 4804341.06578
3602 597990.109182 4804771.9177
3603 598674.495922 4805486.13575
3604 599753.290848 4805479.88074
3605 600740.914638 4803918.28764
3606 600817.715102 4803478.99335
3607 601730.326059 4802596.01534
3608 600642.941779 4801405.27098
3609 601437.996235 4800842.19275
3610 603195.516345 4800752.36923
3611 603790.579897 4800150.51967
3612 605022.042088 4799146.00516
3613 604931.488912 4797670.19361

3392 609159.884819 4796648.7567
3393 611558.540441 4796794.82505
3394 613794.540402 4796542.98248
3395 613923.515107 4792232.95823
3396 614910.528493 4790551.52902
3397 617825.906683 4790295.81597
3398 619160.600026 4792522.92835
3399 619167.113871 4793440.6489
3400 619015.545665 4794598.54768
3401 620296.47161 4794910.67117
3402 622854.506075 4794976.34631
3403 623769.623268 4794412.64915
3404 624920.825181 4793329.05343
3405 624923.141674 4793648.15814
3406 625602.517308 4793644.49345
3407 626237.294395 4793002.60385
3408 629826.264182 4791905.52948
3409 631231.971529 4792895.47053
3410 633971.611588 4790366.76346
3411 633741.371767 4786058.3625
3412 633647.410507 4784063.63404
3413 632072.923223 4781837.48316
3414 631535.268585 4779286.52557
3415 631197.051619 4776694.37027
3416 626773.542121 4772887.51524
3417 626523.204576 4771412.35601
3418 628659.936194 4768407.37625
3419 629053.631497 4767567.1701
3420 635954.662278 4765653.58082
3421 636895.5773 4768681.6385
3422 636917.967201 4771834.37225
3423 637492.213342 4773906.46149

3424 639178.526795 4774974.89396
3425 643261.653895 4775870.85068
3426 641728.809552 4773883.6351
3427 640317.184077 4772095.39325
3428 640384.173035 4770259.17225
3429 642454.878063 4769170.4888
3430 644081.746138 4767485.52289
3431 645001.017388 4767480.5219
3432 646606.281736 4768389.93587
3433 648084.642552 4768302.15666
3434 650310.001931 4766454.48745
3435 651593.86895 4767126.14858
3436 652905.864119 4766121.39385
3437 653728.408604 4763722.32663
3438 655817.956372 4765267.91659
3439 658208.721327 4764177.67573
3440 658598.599465 4762778.68283
3441 660674.4162 4762368.63872
3442 664909.111046 4761987.31272
3443 664897.081387 4760271.14865
3444 667965.584371 4758898.14377
3445 670555.411022 4757647.3153
3446 672645.265508 4759233.23734
3447 673439.013064 4758390.84554
3448 676751.762346 4757615.5675
3449 680752.542102 4758034.26257
3450 685364.320958 4760086.71667
3451 685911.377325 4758247.79657
3452 687261.522158 4756923.67759
3453 687204.215139 4754409.2125

2520 687189.820642 4752333.47145
2521 689016.225518 4750487.94072
2522 691933.16864 4750233.81761
2523 693478.079609 4748150.23288
2524 695309.239819 4746983.42897
2525 696460.179479 4745740.16363
2526 698053.741582 4744893.90123
2527 698434.842909 4742177.16275
2528 699675.393943 4742330.70553
2529 700671.471744 4741806.80172
2530 700337.180686 4739732.42619
2531 701736.160745 4739645.6164
2532 702511.3177 4741877.52011
2533 703753.278187 4742230.79708
2534 703680.802512 4743309.03084
2535 703970.86906 4744784.80014
2536 705620.435226 4746253.84221
2537 707531.202906 4745006.91589
2538 710996.830547 4743073.63026
2539 712000.008659 4743587.86037
2540 713081.349372 4743822.09604
2541 714438.122711 4743416.3393
2542 715318.41638 4743491.93506
2543 718586.846427 4747788.08245
2544 720344.6224 4747540.23157
2545 721110.634896 4748454.83495
2546 723588.046167 4748163.6191
2547 724503.976803 4747600.34568
2548 726174.547968 4746274.83028
2549 727414.257646 4746268.99116
2550 728406.463946 4745146.38298
2551 732307.202267 4742412.97934
2552 733875.739775 4743723.30096
2553 734555.625399 4743720.07001
2554 734428.320699 4742642.58847
2555 734940.456038 4741482.25723
2556 736687.678841 4739637.41795
2557 737516.449983 4737996.4429
2558 737988.57205 4736836.24136
2559 738541.11466 4735755.55967
2560 742297.145933 4735218.9654
2561 742800.310964 4732740.82036
2562 745953.164812 4731727.88732
2563 747352.547993 4731641.59311
2564 748597.346403 4732354.65294

2565 748447.055032 4733792.94381
2566 752442.753433 4733175.582
2567 753857.242923 4735325.62775
2568 755179.02184 4735599.20106
2569 756614.964045 4734993.60409
2570 758780.040533 4735742.65639
2571 760184.810941 4736455.16594
2572 761709.305823 4737127.25778
2573 763673.324188 4737717.50334
2574 765590.989571 4737349.59499
2575 766824.404807 4736345.65821
2576 768982.362438 4736016.62883
2577 769581.318965 4735854.23673
2578 769813.644502 4734695.09102
2579 769804.573731 4733337.21278
2580 771875.486448 4731930.23146
2581 772797.169073 4732165.74794
2582 773962.301913 4732919.47798
2583 774137.192412 4735155.29491
2584 775301.736911 4735829.08648
2585 776990.126892 4737059.91995
2586 778385.294542 4736294.98356
2587 780142.308335 4735808.05561
2588 780292.32331 4734289.79836
2589 782209.977146 4733882.05436
2590 783531.241672 4734036.14942
2591 784372.43581 4734192.19802
2592 785619.797828 4735265.24695
2593 787055.266027 4734540.20795
2594 788614.829218 4734413.71277
2595 789619.969604 4735168.35978
2596 791859.915604 4735078.9488
2597 793536.65716 4734512.58053
2598 794298.938037 4734828.94729
2599 795026.720661 4735984.18986
2600 797102.25707 4735216.52835
2601 800340.556435 4734803.54708

1884 800340.556435 4734803.54708
1885 801625.841839 4735557.22075
1886 802031.211133 4736354.4064
1887 801634.403819 4736875.29167
1888 801718.633418 4737514.12129
1889 801446.31197 4738713.54596
1890 800731.803668 4739595.24989
1891 800619.522677 4740793.99188
1892 799222.246279 4741279.00455
1893 799066.586394 4741958.67936
1894 799590.849156 4742595.66314
1895 800073.334451 4742953.141
1896 800555.999644 4743350.50109
1897 800239.312626 4743871.13824
1898 799319.587052 4743954.74037
1899 799083.636085 4744594.76201
1900 799168.60178 4745353.31827
1901 800415.27749 4746346.7437
1902 800185.986587 4748025.2074
1903 800192.89846 4749103.64254
1904 799598.455536 4749984.71225
1905 799644.317769 4750903.16006
1906 800368.299824 4751499.2546
1907 801292.045602 4752054.67553
1908 802057.546183 4752890.37246
1909 803820.794646 4753322.55579
1910 805620.467887 4753195.51749
1911 806696.608424 4752552.17781
1912 808011.184583 4751628.20981
1913 809369.51298 4751303.26977
1914 810771.434827 4751537.34379
1915 812851.092097 4751369.26077
1916 813926.590843 4750606.05957
1917 815326.581739 4750520.65397
1918 816843.315983 4749915.45811
1919 818478.061492 4748990.36061
1920 820234.135781 4748264.36757
1921 821545.897262 4746861.18684

1922 822463.428129 4746418.13486
1923 823709.249275 4747252.10166
1924 824796.019556 4748246.56361
1925 825992.779105 4747642.73001
1926 826866.890907 4746640.60468
1927 828388.082269 4746714.66993
1928 831307.412003 4746383.7637
1929 833226.346983 4746056.89465
1930 834391.72654 4746811.41895
1931 834711.106823 4746690.33946
1932 836182.665225 4745206.63429
1933 837099.357449 4744603.81747
1934 837417.525232 4744283.05698
1935 838772.014998 4743279.03878
1936 839239.76733 4741279.63846
1937 840071.971879 4739957.97938
1938 842742.472359 4738189.87958
1939 843468.683549 4739106.01976
1940 844551.663071 4739461.52332
1941 845835.011151 4739856.19808
1942 847159.374988 4740410.63684
1943 848319.569817 4740326.36853
1944 849156.167253 4739683.95561
1945 850478.043771 4739838.82962
1946 851398.205308 4739755.45543
1947 852321.341069 4740151.63572
1948 853562.177909 4740146.96048
1949 854644.479504 4740382.6926
1950 855649.380623 4741058.28415
1951 856487.077606 4740575.77324
1952 857488.7746 4740731.84935
1953 857638.95798 4739132.94001
1954 857555.419801 4738573.89405
1955 858351.772759 4737891.6316
1956 859431.626127 4737727.80717
1957 860549.953385 4737324.14255
1958 860505.21518 4736565.03732
1959 860259.759656 4735726.75017
1960 860495.197829 4734966.6719
1961 861532.983831 4734483.28804
1962 862249.895412 4733881.20295
1963 862844.117227 4732880.03181
1964 863310.399726 4730640.47656
1965 864620.745884 4728917.22304
1966 865453.942446 4727715.16008
1967 865287.433942 4726716.6757
1968 864522.769841 4726080.09918
1969 864517.447435 4725240.93676
1970 865793.235631 4724396.95662
1971 865790.22236 4723917.31658
1972 865025.69463 4723320.71056
1973 863859.386045 4722485.83017
1974 863771.937191 4721327.19335
1975 863683.917334 4720088.68002
1976 865652.029573 4721080.38471
1977 866572.342065 4720996.94215
1978 866845.254566 4719836.98315
1979 867476.880027 4718435.70075
1980 868315.361985 4718072.89537
1981 867389.16967 4717237.07964
1982 866142.372334 4716362.57887
1983 864895.825811 4715527.99984
1984 864450.571207 4714770.36768
1985 865729.669358 4714445.69351
1986 866285.793621 4713764.15497
1987 866358.938436 4712684.76528
1988 866592.730688 4711684.66865
1989 866505.129313 4710525.9837
1990 867179.821615 4709604.13006
1991 868421.563155 4709679.26693
1992 870742.812314 4709510.59147
1993 872182.143464 4709185.34411
1994 873346.941114 4709740.43911
1995 875269.392255 4709813.21132
1996 875756.884551 4710890.58781
1997 875924.226013 4712009.09379

1998 876528.982397 4712646.31417
1999 877682.686044 4711482.90278
2000 878613.960799 4713078.2409
2001 879376.785797 4713395.16384
2002 880259.223364 4713631.70908
2003 881339.367737 4713467.7908
2004 882541.734256 4713623.24448
2005 884028.122623 4714377.25041
2006 884272.010011 4714935.95737
2007 884115.142307 4715456.26589
2008 884123.475991 4716775.26289
2009 884650.924699 4717852.5858
2010 885210.46571 4717690.61342
2011 885888.461029 4717248.47973
2012 886887.538379 4716925.09493
2013 887968.250087 4716841.26483
2014 888533.170996 4717518.71077
2015 889058.309683 4718236.32885
2016 889893.732174 4717353.89921
2017 889812.347897 4717154.34715
2018 890694.151032 4717271.04304
2019 891694.066252 4717067.58768
2020 892612.065091 4716584.64001
2021 893455.602565 4716981.32092
2022 895299.351438 4717214.62648
2023 896137.340209 4716731.90824
2024 897540.995758 4717046.71627
2025 899530.385727 4714960.82999
2026 900610.727545 4714797.07074
2027 901529.40918 4714394.11935
2028 902323.63583 4713311.84179
2029 903602.49547 4712867.54261
2030 905003.827313 4712782.65056
2031 905847.738514 4713219.43053
2032 906573.721348 4714016.45232
2033 907489.386941 4713133.67514
2034 907480.359739 4711694.48385
2035 908233.027528 4710372.33581
2036 908626.209306 4709211.49353
2037 909217.382748 4707690.12251
2038 909690.196468 4706448.93755
2039 910682.684181 4705046.06425
2040 910876.575438 4704045.75725
2041 911517.974462 4704123.4419
2042 912274.745399 4703441.02701
2043 913674.717302 4703116.2047
2044 914111.773754 4702554.79638
2045 914353.676288 4702793.85993
2046 915601.351067 4703709.14515
2047 916843.144456 4703704.70084
2048 918169.667937 4704419.76749
2049 919612.616192 4704534.67654
2050 920264.372894 4706251.87717
2051 921631.282002 4707006.82054
2052 921880.995618 4708485.47699
2053 922814.904924 4710481.57905
2054 924384.002494 4711555.8617
2055 926229.591047 4711989.55469
2056 927826.838266 4711144.34178
2057 930077.090974 4712216.51951
2058 931880.016827 4712210.46385
2059 933330.963432 4713605.26345
2060 934013.047128 4713762.95011
2061 935091.379508 4713199.55126
2062 936167.952684 4712356.16867
2063 937171.046248 4712592.81469
2064 938136.412323 4713189.4562
2065 938733.65768 4712587.60477
2066 939490.039269 4711785.27609
2067 940733.093122 4711941.2218
2068 941368.955453 4711099.20013
2069 942966.555512 4710254.15517
2070 944487.205294 4709929.16485
2071 946609.238046 4709642.32101
2072 947972.898287 4709837.80272
2073 948288.250671 4708996.867

2074 948282.579062 4708076.95685
2075 948959.076624 4707314.80562
2076 950042.042644 4707471.26385
2077 950960.687088 4706988.25642
2078 951677.310828 4706226.00515
2079 952110.381546 4704984.62532
2080 952747.406502 4704302.51062
2081 953952.353504 4704738.60871
2082 955031.191894 4704215.14682
2083 956511.481735 4703810.3166
2084 957673.213487 4703726.48982
2085 958080.656824 4704805.23262
2086 959012.613525 4706442.2945
2087 960617.938769 4706797.21397
2088 962018.020853 4706352.68
2089 964096.420595 4705426.05044
2090 965779.805659 4705420.68319
2091 968102.993811 4705173.2673
2092 968791.571421 4706331.32774
2093 967718.720509 4707854.89686
2094 967445.758053 4709095.83509
2095 967813.553003 4710254.77659
2096 968299.217748 4711013.38048
2097 968306.728656 4712253.51665
2098 968750.092084 4712652.14182
2099 969633.070698 4712849.44151
2100 970236.745391 4713247.60873
2101 971645.19813 4714163.54498
2102 973012.109667 4714839.39903
2103 974658.39825 4715314.52573
2104 975333.801734 4714312.31332
2105 976172.460954 4713789.71684
2106 978142.165383 4714703.98201
2107 979155.842454 4716621.36383
2108 980441.179917 4717057.70729
2109 980848.02299 4718056.68973
2110 981537.843628 4719454.93969
2111 982458.883428 4719292.21467
2112 983100.79576 4719370.39891
2113 983506.659306 4720209.36654
2114 983948.548384 4720368.16494
2115 984866.55373 4719685.35508
2116 985949.3957 4719762.32247
2117 987271.349537 4719598.45248
2118 988034.459209 4719836.30773
2119 988520.503305 4720675.15172
2120 989291.201853 4722193.33885
2121 990534.482686 4722269.87965
2122 990972.832155 4721828.48148
2123 992531.918907 4721063.97733
2124 993780.2281 4721980.7149
2125 994942.437696 4721897.40493
2126 995460.781482 4721415.82526
2127 996223.926007 4721653.86253
2128 997189.727182 4722251.30412
2129 998030.07207 4721968.92978
2130 998303.010461 4720647.64522
2131 999376.783239 4719164.19628
2132 1000534.58921 4718320.61073
2133 1001931.63051 4717236.24763
2134 1002611.86181 4716994.23003
2135 1002935.43574 4717473.57946
2136 1003864.07779 4718551.45898
2137 1004706.59717 4718629.1995
2138 1005428.38279 4718627.23761
2139 1006710.53739 4718463.67767
2140 1007956.00807 4718860.45348
2141 1008877.78292 4718777.85429
2142 1008591.92427 4717898.16524
2143 1008109.55796 4717699.40024
2144 1008745.25509 4716697.2204
2145 1008015.6791 4715378.50741
2146 1007772.66546 4714979.03498
2147 1008250.3628 4714377.39174
2148 1007563.68157 4713538.8105
2149 1008325.54147 4713536.74259

2150 1008402.45579 4712976.21786
2151 1008078.52575 4712456.81287
2152 1008075.71097 4711976.58441
2153 1008391.48084 4711135.27849
2154 1008708.97422 4710574.09995
2155 1008704.87206 4709893.74376
2156 1009706.40336 4709730.77238
2157 1010065.68469 4709449.67362
2158 1010706.32827 4709287.69671
2159 1010903.53419 4708726.81826
2160 1011784.78382 4708564.34529
2161 1012229.31789 4709123.3887
2162 1012709.59316 4708961.98001
2163 1013153.63118 4709440.97463
2164 1013634.88896 4709439.65294
2165 1014477.71586 4709557.40325
2166 1015037.04964 4709195.55564
2167 1015032.74311 4708475.20786
2168 1015630.74014 4707873.06644
2169 1015787.57557 4707272.30035
2170 1016111.06014 4707711.6423
2171 1016794.23617 4707949.87023
2172 1017159.75979 4708709.41536
2173 1018200.8455 4708426.29705
2174 1018716.03228 4707384.22529
2175 1019799.88189 4707541.27905
2176 1020040.50093 4707540.6607
2177 1020280.21563 4707379.89571
2178 1020881.59828 4707338.17336
2179 1021362.87214 4707336.90682
2180 1021562.43257 4707176.19624
2181 1021639.78156 4706695.66736
2182 1021556.46515 4706175.54017
2183 1021273.29748 4705776.00785
2184 1020789.60335 4705377.06429
2185 1020187.47444 4705298.67353
2186 1020106.11628 4705098.79095
2187 1019623.85325 4704940.01043
2188 1019303.47932 4705020.96829
2189 1018860.38275 4704701.94698
2190 1018365.4976 4702461.86573
2191 1018522.34546 4701861.0024
2192 1016902.44023 4699303.7863
2193 1016054.63595 4698385.68807
2194 1014968.52783 4697868.39149
2195 1014725.93487 4697548.96659
2196 1014722.9951 4697068.67758
2197 1014319.29004 4696629.53457
2198 1013396.8521 4696632.21111
2199 1012879.64523 4697314.16497
2200 1011718.58265 4697637.76241
2201 1010717.65073 4697920.94552
2202 1010564.86993 4699162.14173
2203 1010005.83208 4699563.97953
2204 1009003.27715 4699566.90794
2205 1008237.64273 4698968.80838
2206 1006984.89946 4697411.60134
2207 1006132.44392 4695733.20143
2208 1005480.66413 4694094.12917
2209 1005429.07605 4692253.18465
2210 1005703.56989 4691251.84868
2211 1005697.86854 4690331.26389
2212 1005851.98228 4689330.18243
2213 1006247.49563 4688448.46076
2214 1006524.42161 4687847.20127
2215 1006680.61434 4687166.32228
2216 1006310.8262 4685766.53968
2217 1006990.5453 4685444.24217
2218 1007223.8408 4684282.81369
2219 1007985.84549 4684280.43893
2220 1008302.83845 4683678.97503
2221 1008901.15946 4683156.83675
2222 1009622.48783 4683074.50349
2223 1010464.7477 4683071.93479
2224 1011141.48001 4682269.17769
2225 1011900.66865 4681826.49891

2226 1012298.17137 4681264.95588
2227 1012816.75399 4680822.92841
2228 1013052.29111 4680021.65791
2229 1013529.76615 4679419.74535
2230 1013526.94761 4678979.38053
2231 1014044.30531 4678337.28304
2232 1014683.97854 4678015.08879
2233 1014841.57597 4677574.26157
2234 1014673.24628 4676333.82615
2235 1013951.26251 4676336.08721
2236 1013585.44809 4675576.64575
2237 1013577.95779 4674415.79612
2238 1013570.0087 4673174.83958
2239 1013767.12099 4672653.88357
2240 1013998.26013 4671172.00691
2241 1014469.94906 4669689.33227
2242 1015143.41974 4668406.10373
2243 1015541.38523 4667924.38134
2244 1015860.19884 4667603.08821
2245 1016542.58288 4667680.96722
2246 1017222.67365 4667398.53762
2247 1017295.79102 4666317.3459
2248 1017291.64581 4665676.82396
2249 1016964.15521 4664677.03131
2250 1016354.95009 4663518.10222
2251 1016426.42516 4662196.7918
2252 1016341.20316 4661436.45729
2253 1015855.86971 4660837.51197
2254 1015853.25415 4660437.149
2255 1015926.8218 4659436.10158
2256 1015722.32073 4658836.20435
2257 1014917.49868 4658438.60872
2258 1013989.86852 4657681.08762
2259 1013902.49141 4656600.50079
2260 1013613.45018 4655360.4716
2261 1013048.67584 4654881.94139
2262 1012284.69745 4654604.39461
2263 1011642.97967 4654606.56089
2264 1011200.72356 4654447.9373
2265 1010957.41173 4654048.38418
2266 1010632.4493 4653449.10923
2267 1010468.88211 4652969.22312
2268 1010346.67023 4652689.41424
2269 1009783.52219 4652451.19304
2270 1009625.47328 4652812.0365
2271 1008865.5934 4653134.85142
2272 1008384.35965 4653136.55115
2273 1007538.07377 4652539.00908
2274 1006932.1478 4651900.68035
2275 1006525.99763 4651141.44498
2276 1005596.75934 4650143.91073
2277 1004746.70403 4648986.02143
2278 1004740.99982 4648145.41809
2279 1004733.60665 4647064.64174
2280 1003965.88736 4646226.74109
2281 1003398.96725 4645428.16454
2282 1002872.90656 4644749.43693
2283 1002148.35933 4644351.7308
2284 1001063.05583 4643995.3613
2285 1000621.86366 4643997.03311
2286 1000058.27324 4643678.76607
2287 999453.66338 4643240.67563
2288 998446.181734 4642523.81439
2289 997436.686239 4641526.78499
2290 996949.119007 4640607.84747
2291 996260.541669 4639609.66445
2292 994926.379217 4638053.59457
2293 994682.163381 4637534.11146
2294 993916.361092 4636976.50436
2295 992831.65322 4636700.35047
2296 991382.782145 4635945.33692
2297 990297.889616 4635629.18545
2298 989494.179559 4635391.97848
2299 988570.23114 4635155.34389
2300 987806.76195 4634918.08221
2301 986720.42544 4634401.8617

2302 985874.223161 4633804.62267
2303 984948.620909 4633327.88788
2304 984219.822985 4632330.06965
2305 983373.086448 4631652.92112
2306 982844.187834 4630574.30489
2307 982193.380106 4629255.97693
2308 981665.591658 4628337.49363
2309 980742.309599 4628180.97815
2310 980020.626123 4628183.73295
2311 978570.672832 4627268.89385
2312 976475.341996 4625796.25057
2313 973981.316266 4624645.49779
2314 972654.037279 4624050.46427
2315 971405.190707 4623214.9762
2316 969472.610334 4622062.15349
2317 967945.198178 4621507.99602
2318 965852.860859 4620435.89052
2319 964606.399775 4619920.64069
2320 963439.774728 4619365.1671
2321 962109.709535 4618370.15823
2322 961104.936108 4618014.05532
2323 960257.415071 4617217.23817
2324 958689.111162 4616543.43444
2325 956915.834355 4615230.16206
2326 955423.430265 4613955.85173
2327 953810.507916 4612642.08661
2328 952033.41075 4610808.91524
2329 949375.387101 4609099.55217
2330 947604.547616 4608106.69352
2331 946116.596921 4607432.81179
2332 944669.55643 4606878.87706
2333 943341.42892 4606124.3029
2334 940927.014435 4604814.31481
2335 939595.29501 4603579.79486
2336 938744.78773 4602383.21463
2337 938049.500437 4600505.77319
2338 937279.666123 4599388.82687
2339 936389.356117 4598232.49594
2340 935861.181229 4597274.63609
2341 934768.413821 4595839.15328
2342 934282.715165 4595201.17079
2343 933836.787745 4594522.92586
2344 932741.575479 4592767.46304
2345 932323.898458 4590528.89844
2346 932236.789625 4589609.08447
2347 932389.470223 4588608.28573
2348 931456.58551 4587132.09553
2349 930526.03591 4585976.12484
2350 928956.836413 4585143.07614
2351 927587.364601 4584229.12197
2352 925940.808029 4583756.49346
2353 923771.776185 4583086.3186
2354 921682.931521 4582415.81678
2355 920477.780259 4582021.34229
2356 918433.688266 4581950.64084
2357 916912.311971 4582117.69173
2358 915064.620974 4581526.23802
2359 913739.994878 4581212.35272
2360 912332.502854 4580538.78544
2361 909919.050289 4579309.93075
2362 908225.604774 4577917.84541
2363 907383.058357 4577761.80375
2364 905220.894235 4577931.88302
2365 903372.768476 4577260.61759
2366 902044.296862 4576426.8653
2367 900036.291114 4575796.36957
2368 899193.172542 4575560.41503
2369 898630.798429 4575363.1244
2370 897106.673552 4575130.32762
2371 895458.02085 4574338.24653
2372 893850.433791 4573665.98635
2373 892764.199004 4573071.25544
2374 891919.300109 4572595.29645
2375 890355.240842 4572362.85301
2376 889192.611849 4572248.44682
2377 888270.127196 4572092.90959

2378 887104.137451 4571538.50797
2379 885700.324236 4571305.3811
2380 884497.78521 4571191.19245
2381 882251.019727 4570722.15978
2382 881166.496189 4570327.41288
2383 879240.522989 4569896.87216
2384 878075.847176 4569502.56325
2385 877068.630971 4568747.68137
2386 875661.562893 4568074.66925
2387 874575.219516 4567440.15159
2388 873491.942274 4567205.49652
2389 872566.136932 4566610.2746
2390 871558.32899 4565775.40042
2391 870712.277913 4565139.75777
2392 870550.549637 4564940.58314
2393 870307.124503 4564541.85729
2394 869623.108364 4564145.40976
2395 869143.148222 4564227.76864
2396 868143.211012 4564392.56078
2397 867378.176169 4563876.56913
2398 866614.784812 4563560.37867
2399 865731.89623 4563324.90261
2400 865451.549611 4563326.2187
2401 864211.306189 4563492.31945
2402 862809.653454 4563499.29667
2403 861644.562027 4563025.19435
2404 860197.583528 4562352.68726
2405 859955.419257 4562113.97124
2406 859470.214557 4561516.63053
2407 858225.004303 4561042.97319
2408 857103.160381 4560968.64516
2409 856139.943513 4560693.50665
2410 854854.13612 4560140.22655
2411 853523.516194 4558987.3873
2412 852752.927694 4557751.65169
2413 852182.893931 4556555.07318
2414 852176.600171 4555755.45657
2415 851931.575256 4555156.84002
2416 851407.841898 4554759.66768
2417 850647.061995 4554763.56457
2418 850252.933668 4555565.23041
2419 849734.6449 4555847.73995
2420 849175.935107 4556090.50781
2421 849020.233518 4556651.05956
2422 848580.058756 4556693.27855
2423 847860.604303 4556856.79316
2424 846618.072127 4556703.16591
2425 845089.900699 4555871.26173
2426 844085.460476 4555436.61817
2427 842684.637079 4555523.65001
2428 841760.570844 4555128.61279
2429 840516.224998 4554735.14542
2430 838908.687734 4553983.63964
2431 837258.648763 4552912.62358
2432 836091.477196 4552159.07901
2433 834798.570324 4550686.47066
2434 833139.961495 4548536.08513
2435 831363.090706 4546626.30866
2436 829709.509037 4545115.72057
2437 829022.577297 4544319.68527
2438 828254.566459 4543404.27499
2439 827689.955434 4542887.47307
2440 827164.355331 4542250.5142
2441 826681.042878 4541893.31137
2442 826319.489233 4541735.26442
2443 825833.008937 4540978.21614
2444 824656.287437 4539025.55732
2445 824211.772036 4538508.16039
2446 823401.146114 4537273.08964
2447 823031.536656 4536115.78755
2448 822464.303297 4535279.17641
2449 821535.507146 4534284.74895
2450 820847.545359 4533368.93091
2451 820280.999433 4532612.3365
2452 819914.885416 4531894.75988
2453 819112.017024 4531619.19279

2454 818346.87241 4531063.5544
2455 817979.834372 4530226.02546
2456 817578.182863 4530068.20309
2457 816893.813641 4529592.20557
2458 816487.976968 4528914.74994
2459 816402.399629 4528235.5939
2460 816396.593499 4527516.14289
2461 815910.073851 4526759.1874
2462 814985.182159 4526244.41805
2463 813901.065842 4525850.48667
2464 813133.047743 4524935.28574
2465 813367.731072 4524254.44164
2466 813681.438695 4523453.258
2467 813956.774707 4522852.13082
2468 814430.9168 4522090.0468
2469 815744.392665 4521163.44239
2470 817022.67464 4520836.80743
2471 818823.345463 4520747.15147
2472 819747.673873 4521181.8931
2473 820350.785001 4521498.4791
2474 821511.045605 4521412.2406
2475 822581.044543 4520087.21987
2476 823650.145814 4518642.23519
2477 824641.429158 4517477.54261
2478 826395.314099 4516548.57782
2479 826954.385086 4516385.66514
2480 827554.919724 4516382.39248
2481 828636.477186 4516456.58015
2482 829718.711818 4516610.62166
2483 830202.708894 4517047.76447
2484 829712.416273 4515851.08212
2485 828864.467278 4514976.02083
2486 827695.955605 4514062.86121
2487 827004.508284 4512747.2798
2488 826151.954902 4511312.66856
2489 823662.398324 4510406.68991
2490 822578.241837 4510012.91687
2491 821572.557244 4509418.68362
2492 821574.825517 4509698.57295
2493 820730.552098 4509263.42671
2494 820324.982837 4508625.92851
2495 819799.576537 4508029.12979
2496 819075.122734 4507553.42025
2497 818632.424041 4507275.98732
2498 817703.457583 4506281.71914
2499 816705.103847 4506567.01811
2500 815625.007708 4506652.85323
2501 814743.675339 4506577.73737
2502 814301.727257 4506380.26131
2503 813821.39115 4506382.97468
2504 813061.865819 4506506.98225
2505 812216.98521 4505991.99487
2506 811212.980055 4505597.80834
2507 809568.877609 4505247.03164
2508 808123.975915 4504775.3101
2509 807122.626585 4504700.92976
2510 806402.153465 4504704.88636
2511 805881.178273 4504627.8091
2512 805399.589421 4504470.52721
2513 804876.878326 4504193.69483
2514 804471.348335 4503556.33748
2515 803780.675961 4502320.99585
2516 801519.706236 4499975.15091
2517 800102.29515 4497984.38195
2518 798061.12576 4493199.16014

1276 797689.86508 4491882.17201
1277 797285.315236 4491364.8201
1278 797038.095255 4490526.80276
1279 796630.847267 4489689.66853
1280 795782.081091 4488695.16729
1281 795574.538823 4487816.98459
1282 794843.463496 4486542.04246
1283 793833.18573 4485388.55064
1284 793061.047289 4483993.90619
1285 792127.430851 4482440.38769

1286 791273.579863 4480846.42788
1287 790536.989036 4478932.01087
1288 789999.83864 4476936.57626
1289 789751.93928 4476018.74502
1290 789747.202886 4475459.13866
1291 789259.892929 4474622.60214
1292 788493.164454 4473867.53871
1293 787885.721176 4473031.7249
1294 787156.620759 4471996.73489
1295 786629.895388 4471240.30493
1296 786063.929169 4470564.04065
1297 785457.233512 4469808.1159
1298 785207.966632 4468730.46828
1299 784881.634433 4468012.94218
1300 783956.182033 4467418.66085
1301 783505.446262 4466182.28572
1302 782773.951928 4464867.57492
1303 781765.052318 4463874.2277
1304 781080.329181 4463358.65083
1305 780314.62855 4462723.61304
1306 779589.930331 4462208.14778
1307 779144.241925 4461571.3511
1308 778817.686876 4460813.81065
1309 778569.027419 4459816.13779
1310 778358.376638 4458578.40928
1311 777951.71513 4457821.3078
1312 776864.154744 4456988.40598
1313 775780.410205 4456595.0646
1314 774614.259936 4455922.40644
1315 773524.64006 4454849.7313
1316 772516.430857 4453936.48162
1317 770730.894205 4451029.41727
1318 770076.02006 4449314.84874
1319 769459.338727 4447400.07932
1320 768966.488094 4445924.32268
1321 768678.428362 4445006.90652
1322 768271.09172 4444169.98704
1323 768105.938636 4443571.54456
1324 767941.049851 4443013.02422
1325 767736.464189 4442494.68099
1326 767250.841247 4441858.16216
1327 766844.260496 4441101.18993
1328 766400.690768 4440704.20861
1329 765837.460411 4440347.85733
1330 764755.176548 4440114.58014
1331 763314.18225 4440043.17621
1332 762308.839099 4439449.68416
1333 761663.175994 4438814.05019
1334 760816.484431 4438059.86233
1335 760204.215058 4436664.81869
1336 759465.427876 4434511.27607
1337 758936.044841 4433435.42995
1338 758690.772732 4432837.44568
1339 758527.316794 4432438.87213
1340 758160.691991 4431681.73818
1341 758595.505765 4431079.76667
1342 758830.014803 4430438.98624
1343 758587.861193 4430200.67886
1344 757827.776536 4430205.22106
1345 757507.773558 4430207.05199
1346 757145.232969 4429929.48782
1347 756821.053515 4429451.95763
1348 756651.674123 4428374.04702
1349 756959.156778 4426933.56125
1350 756628.4071 4425696.73014
1351 756382.056715 4424978.90583
1352 755776.891312 4424383.19054
1353 755130.918841 4423707.70067
1354 754517.930673 4422232.84219
1355 753667.758983 4421079.13408
1356 752577.568749 4419926.93158
1357 751406.700886 4418695.23969
1358 750920.770352 4418018.89585
1359 750924.252496 4418418.42546
1360 750162.124623 4418183.26456
1361 749554.049098 4417267.86398

1362 748904.600041 4416192.92602
1363 748376.561586 4415277.0309
1364 747361.531408 4413564.953
1365 746429.651953 4412212.11391
1366 745087.262302 4409662.88461
1367 744759.144924 4408745.94222
1368 744153.985632 4408150.22548
1369 743745.567419 4407193.78028
1370 742489.440838 4405363.42005
1371 741802.091807 4404528.52966
1372 741194.05998 4403613.2005
1373 740864.603945 4402536.32564
1374 740536.549073 4401619.41775
1375 740451.613094 4401060.49741
1376 739994.066843 4399065.50728
1377 739904.569849 4397987.31849
1378 739571.907905 4396550.98024
1379 738796.106739 4394757.66427
1380 738386.698294 4393681.37599
1381 737539.347775 4392847.59977
1382 736208.600213 4391617.195
1383 735441.308174 4390782.80916
1384 735113.186821 4389865.90333
1385 734784.403667 4388869.11073
1386 734653.478917 4387631.36373
1387 734565.387838 4386712.92147
1388 734074.503786 4385477.48144
1389 733463.56725 4384242.67694
1390 732735.61228 4383328.28516
1391 732208.250134 4382492.55677
1392 731640.941173 4381657.00927
1393 730787.244116 4380104.11239
1394 730502.71022 4379586.54556
1395 730090.434392 4378190.81163
1396 729996.213688 4376593.24621
1397 729905.183994 4375355.30955
1398 730215.514648 4374274.73349
1399 730209.44555 4373595.60972
1400 730203.008251 4372876.47936
1401 729954.871234 4371959.19015
1402 729631.041823 4371521.73777
1403 729385.356947 4370884.07819
1404 729336.516931 4369885.61985
1405 729326.153323 4368727.09616
1406 729900.551505 4365887.04743
1407 730550.541202 4362567.09372
1408 731763.235194 4359563.21994
1409 731423.176665 4357328.20897
1410 730442.930457 4359491.66911
1411 731298.552269 4356809.67008
1412 731493.388416 4356249.18527
1413 733109.688166 4353682.19012
1414 733025.066333 4353163.37516
1415 733339.501183 4352562.17026
1416 734179.160338 4352556.90152
1417 735019.967999 4352671.41492
1418 737566.774811 4346902.60096
1419 739257.358126 4343735.91329
1420 740169.363369 4342891.24372
1421 739922.117797 4342093.80471
1422 738922.083474 4342060.20118
1423 738400.862582 4341903.7546
1424 738153.658746 4341106.39013
1425 738139.741843 4339588.40514
1426 738131.356417 4338669.66034
1427 738867.540091 4336108.36431
1428 739925.829307 4333784.60913
1429 742036.578609 4328538.04109
1430 743256.790636 4326452.92384
1431 746057.710607 4322360.38465
1432 746815.862588 4322195.67358
1433 746446.7424 4321199.35569
1434 746680.277798 4320518.79211
1435 747587.586644 4319194.71774
1436 747864.82232 4318913.32428
1437 749171.913684 4317586.5374

1438 750159.084077 4316262.00587
1439 753049.603034 4313247.20682
1440 756261.401502 4310390.05165
1441 757888.15713 4309061.19463
1442 759960.042573 4308288.73772
1443 761636.190245 4307958.07431
1444 762951.011907 4307470.16222
1445 763952.859225 4307703.21591
1446 764872.418885 4307697.16726
1447 766507.607619 4307247.00342
1448 767864.702019 4306998.44576
1449 768104.616972 4306996.90238
1450 769341.074629 4306669.15539
1451 769581.759905 4306747.47497
1452 770499.849138 4306581.65222
1453 770496.410263 4306222.12934
1454 769854.353394 4305986.61667
1455 769649.095538 4305428.73956
1456 769646.830865 4305189.06159
1457 770323.81664 4304904.97477
1458 771241.967298 4304739.10948
1459 772720.620209 4304649.41953
1460 773789.826571 4303563.83022
1461 775940.086687 4302630.73647
1462 777050.108966 4301624.63484
1463 776446.49562 4301229.24346
1464 775524.17237 4300955.63263
1465 775756.342798 4300155.17092
1466 776183.047916 4298794.12003
1467 777173.418485 4297828.73057
1468 778406.313898 4297141.4627
1469 779328.271865 4297375.01712
1470 779563.567957 4296894.05084
1471 779633.813117 4295894.90857
1472 780306.962699 4295211.32405
1473 780131.938553 4293654.48704
1474 779210.408114 4293460.90376
1475 778448.43111 4293226.33985
1476 777771.003847 4293470.4838
1477 776846.020817 4292917.41631
1478 775680.696954 4292326.01274
1479 775191.304082 4291330.61753
1480 774348.55761 4291016.66387
1481 773737.607539 4289862.271
1482 773559.140145 4287946.08406
1483 772757.232124 4287711.75514
1484 772641.940671 4288191.89784
1485 772162.159003 4288195.15189
1486 771001.266977 4288043.08669
1487 770674.415919 4287326.2948
1488 769231.714246 4286976.45445
1489 767820.469663 4285747.60409
1490 766884.820593 4284076.23241
1491 767194.974177 4283075.49985
1492 767625.356143 4282114.03394
1493 767185.608339 4282116.96079
1494 766386.136682 4282122.33635
1495 766034.836462 4283003.37399
1496 764957.021826 4283170.39781
1497 763956.082785 4283017.30206
1498 763714.643119 4282859.19022
1499 763223.779184 4281704.10806
1500 762461.155914 4281389.62865
1501 761308.022216 4282036.4821
1502 760144.251904 4281564.86865
1503 759141.021425 4281172.20646
1504 758056.683219 4280660.16391
1505 757973.655074 4280341.25144
1506 756761.384099 4278991.37511
1507 755946.881253 4277439.12331
1508 755012.550683 4275887.71585
1509 754766.859568 4275290.33881
1510 755482.556702 4274886.07715
1511 756557.525821 4274439.61598
1512 756231.601527 4273802.72803
1513 754907.542114 4273292.42932

1514 754618.092323 4272295.90744
1515 754049.56814 4271381.09297
1516 753124.105837 4270748.35653
1517 752117.538511 4269996.19227
1518 750964.580209 4270642.92397
1519 750568.389045 4271005.04106
1520 750288.535039 4271006.95156
1521 748888.894287 4270936.42375
1522 748209.38896 4270940.98918
1523 746966.139498 4270509.91247
1524 746199.133852 4269716.38084
1525 745629.945519 4268721.69261
1526 744390.200941 4268650.11124
1527 743150.096226 4268538.60691
1528 741783.489629 4267749.03465
1529 740702.505986 4267556.62878
1530 739694.199984 4266604.91204
1531 738052.187406 4266256.37387
1532 736446.678654 4265548.33876
1533 734279.847466 4264644.27367
1534 732106.549495 4263061.38018
1535 730330.672017 4261236.38425
1536 728524.793212 4260449.78502
1537 727836.674263 4259535.95831
1538 727147.771295 4258542.20683
1539 726817.083402 4257386.46169
1540 725965.730058 4256114.34944
1541 725541.671554 4253561.64943
1542 725526.811176 4252004.54987
1543 725597.917137 4251085.75072
1544 726266.104359 4249923.34194
1545 725267.212116 4249930.01137
1546 724271.335704 4250256.10575
1547 723592.829083 4250340.43324
1548 723357.671489 4250821.17531
1549 722920.738228 4251103.62984
1550 722120.129702 4250949.2307
1551 721919.158573 4250830.73494
1552 721194.624639 4250276.57202
1553 720429.716797 4249682.83701
1554 719865.836852 4249207.3963
1555 719821.665771 4248768.47932
1556 719736.40188 4248210.15786
1557 719413.751473 4247892.83052
1558 718813.246327 4247777.10957
1559 719177.018769 4248213.81335
1560 719020.249019 4248534.30841
1561 717777.799957 4248143.35667
1562 716932.292148 4247470.17745
1563 716679.975857 4246154.29683
1564 716063.168808 4244321.78162
1565 716116.005188 4241486.79603
1566 716324.832239 4238251.50979
1567 716904.947422 4236251.39658
1568 717294.177806 4235170.88245
1569 717201.605915 4233853.99286
1570 716710.280214 4232619.72641
1571 715625.167999 4231948.30353
1572 714460.469659 4231317.35703
1573 713705.280009 4231721.65157
1574 712708.886816 4231967.86347
1575 711309.879891 4231897.39651
1576 709546.026055 4231270.35056
1577 708299.630708 4230440.32139
1578 708016.239198 4230043.03381
1579 706834.498721 4227615.79189
1580 706428.527952 4226939.82583
1581 705891.316192 4225067.22764
1582 705290.905521 4220760.04263
1583 705103.994416 4217927.07884
1584 704985.755344 4213936.21907
1585 705048.803673 4212179.51109
1586 705438.980369 4211218.902
1587 705431.719764 4210460.50147
1588 705025.792425 4209784.69089
1589 704655.899863 4208709.49417

1590 703849.892146 4207956.55779
1591 703088.759041 4207722.17443
1592 701608.721479 4207492.6323
1593 700758.106012 4206261.12083
1594 700459.388052 4204267.3958
1595 699370.69254 4203197.12862
1596 699126.897539 4202759.69578
1597 699119.152132 4201961.47613
1598 699429.815599 4201041.4274
1599 699027.08132 4200684.9659
1600 698708.306196 4200766.9409
1601 698189.16484 4200770.45717
1602 697784.417741 4200214.36862
1603 696936.961894 4199302.10316
1604 696770.71427 4198624.7885
1605 696424.419697 4195833.39016
1606 695824.68753 4195757.53277
1607 695742.11298 4195478.75359
1608 695894.169699 4194679.49779
1609 695569.676907 4194162.88807
1610 695958.704644 4193082.70771